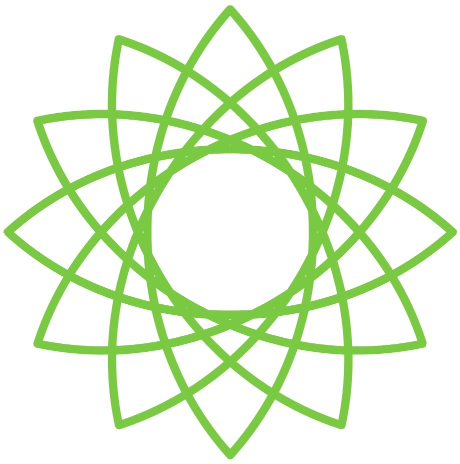
SCRATCH AU COLLÈGE



CODES ET ALGORITHMES

Exo7

À la découverte du code

Scratch est un logiciel idéal pour apprendre à programmer. Il a été spécialement conçu pour les enfants et les débutants. La programmation avec Scratch est ludique car il est facile de faire de beaux dessins et des petits jeux. En plus, la programmation est facile, car il suffit de déplacer des blocs pour écrire son code.

Pourquoi apprendre à coder ? Pour utiliser un ordinateur, je n'ai pas besoin de savoir le programmer ! C'est comme pour les voitures, je n'ai pas besoin de connaître la mécanique pour conduire. Mais, dans le monde qui nous entoure, l'informatique est partout, dans les ordinateurs bien sûr, mais aussi dans nos téléphones, et en fait dans tous les appareils électroniques. Et bientôt, ce seront les ordinateurs qui piloteront les voitures ! Il est donc indispensable d'apprendre à parler le langage des ordinateurs.

Les langages pour programmer un ordinateur sont nombreux, mais une fois qu'un langage est bien compris, les autres s'apprennent plus vite. Scratch est facile à prendre en main et il permet d'aborder bon nombre de situations de programmation. Avec Scratch, la programmation devient un jeu et votre ordinateur un compagnon. Alors, prêts à programmer ?

Sommaire

Scratch 1

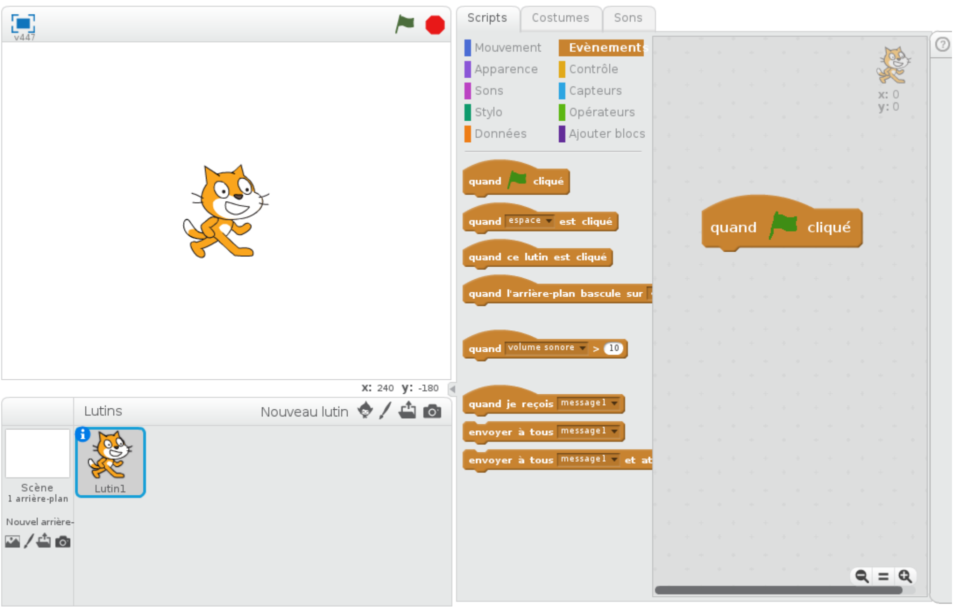
Premiers pas

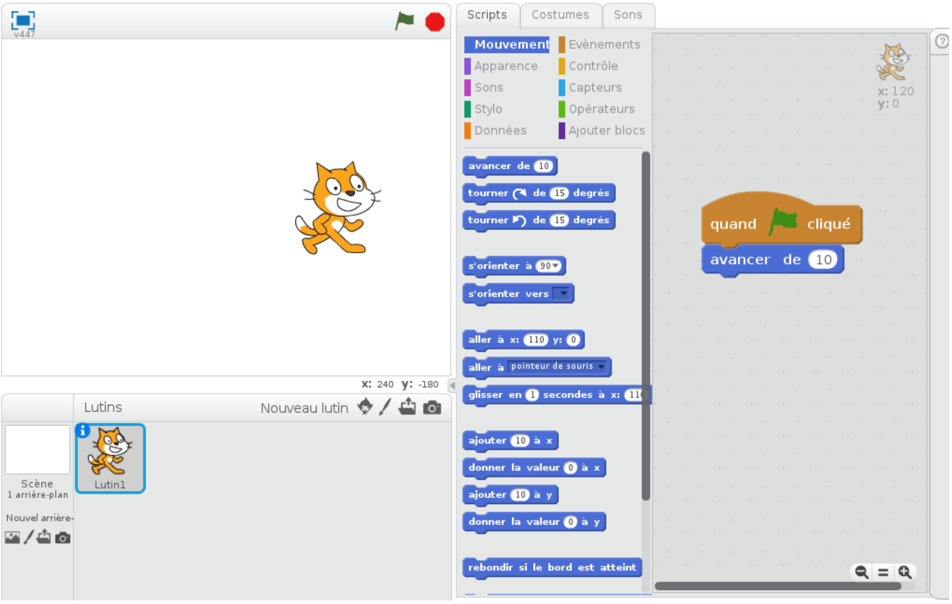
Vidéo ■ Premiers pas - Activité 1
Vidéo ■ Premiers pas - Activité 2
Vidéo ■ Premiers pas - Activité 3

Activité 1.
Commençons par déplacer le chat Scratch.

1. • Commence par déposer le bloc « Quand le drapeau vert est cliqué » sur la partie droite.
   • Puis colle juste au-dessous de ce bloc, le bloc « Avancer de 10 ».
   • Clique plusieurs fois sur le drapeau vert.

   Scratch devrait avoir avancé !



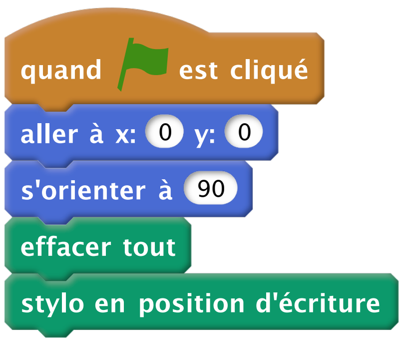


Les deux blocs à positionner :

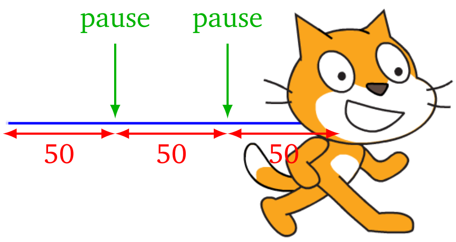
Il y a plusieurs problèmes : Scratch finit par être coincé à droite de l'écran, on aimerait qu'il revienne au départ, on aimerait aussi tracer son chemin.

2. Pour que tout le monde démarre dans la même position à chaque fois que le drapeau vert est cliqué, commence toujours par les blocs suivants, avant d'ajouter tes propres instructions :
   - Quand le drapeau vert est cliqué
   - Aller à $x = 0$, $y = 0$
   - S'orienter à 90° (vers la droite)
   - Effacer tout
   - Stylo en position d'écriture

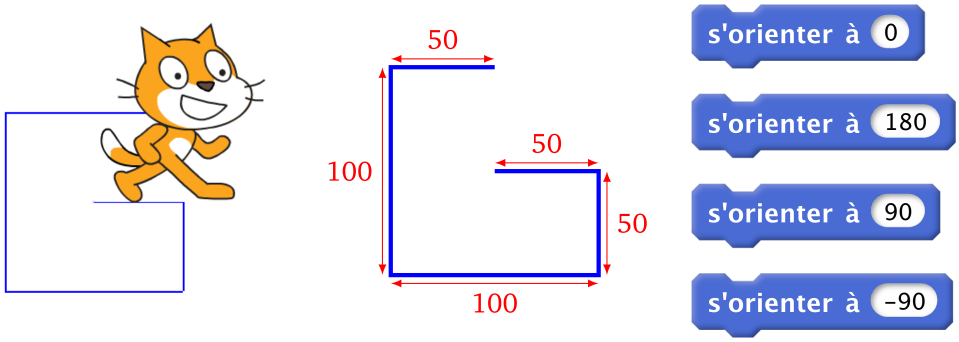
   Positionne ces blocs, puis fait avancer Scratch !



3. Voici ton premier programme :
   - Fais avancer Scratch de 50 pas
   - Fais une pause d'une seconde
   - Fais encore avancer Scratch de 50 pas, puis une pause
   - Fais avancer Scratch de 50 pas une dernière fois

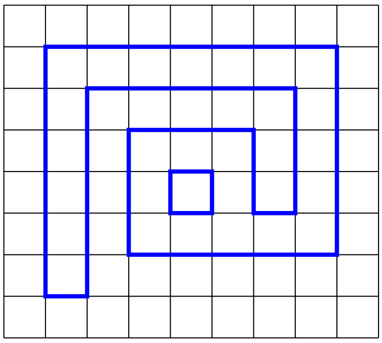


Activité 2.
Trace la figure d'un « G ».

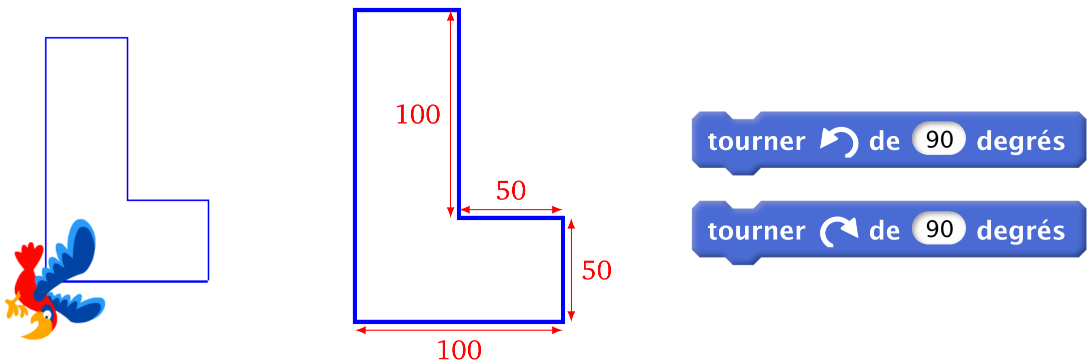


Utilise seulement le bloc « Avancer » et des blocs « S'orienter vers ... » pour te diriger vers le haut (0°), vers le bas (180°), vers la droite (90°), vers la gauche (−90°).

Bonus. Si tu es motivé, trace le symbole « arobase » @ :

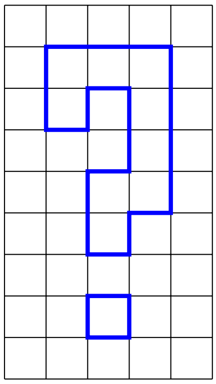


Activité 3.
Trace la figure d'un « L ».



Utilise seulement le bloc « Avancer » et le bloc « Tourner vers la droite de 90° » pour te diriger vers la droite, ou le bloc « Tourner vers la gauche de 90° » pour te diriger vers la gauche.

Bonus 1. Dans l'onglet « Costumes », choisis l'apparence que tu veux pour remplacer le chat.
Bonus 2. Si tu as le temps, trace le symbole d'un point d'interrogation :

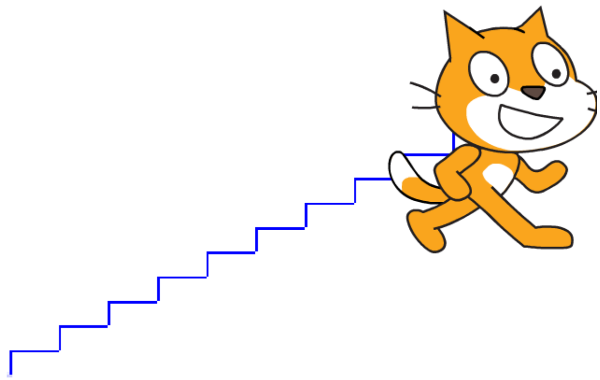


Répéter

Scratch 2

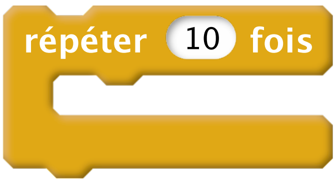
Vidéo ■ Répéter - Activité 1
Vidéo ■ Répéter - Activité 2
Vidéo ■ Répéter - Activité 3

Activité 1.
Trace un escalier, comme sur cette figure. À chaque marche, Scratch monte de 10, puis avance de 20.



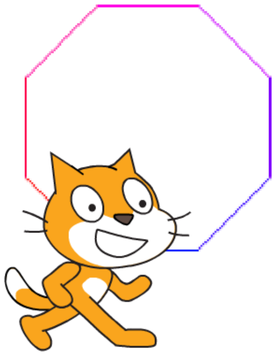
Blocs utiles.

- Le bloc le plus utile sera le bloc répéter 10 fois. Toutes les instructions placées dans le ventre de ce bloc seront répétées 10 fois.



- Autres blocs déjà vus : s'orienter à 0° (vers le haut), s'orienter à 90° (vers la droite)... Et aussi aller à $x = 0$, $y = 0$, effacer tout, stylo en position d'écriture, attendre 1 seconde...

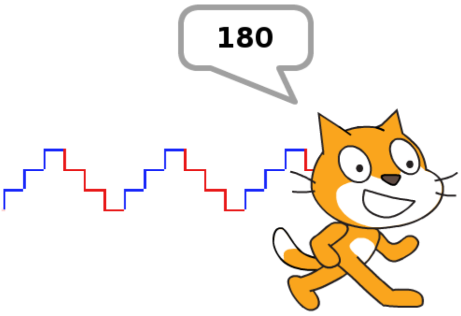
Activité 2.
Trace un polygone comme sur la figure. Change de couleur à chaque coté.



Blocs utiles.

- Utilise le bloc tourner à gauche de 45 degrés,
- et ajouter 10 à couleur du stylo.

Activité 3.
Trace des escaliers comme sur la figure.



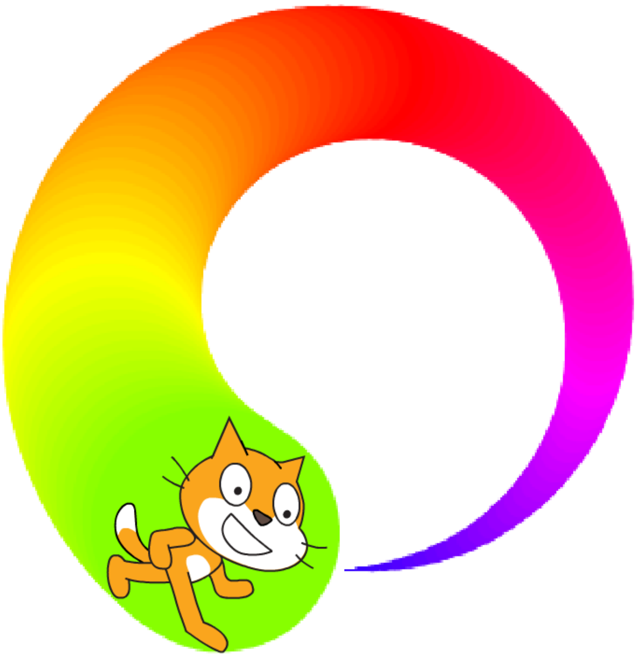
- On répète trois fois : le chat monte de 10, puis avance de 10 (escalier bleu).
- On répète trois fois : le chat descend de 10, puis avance de 10 (escalier rouge).
- On répète ces deux opérations trois fois.
- En plus tu peux changer la couleur du trait, et afficher la valeur x où arrive Scratch.

Scratch
3

Coordonnées x, y

Vidéo ■ Coordonnées x, y - Activité 1
Vidéo ■ Coordonnées x, y - Activité 2
Vidéo ■ Coordonnées x, y - Activité 3

Activité 1.
Essaie de reproduire la spirale suivante.

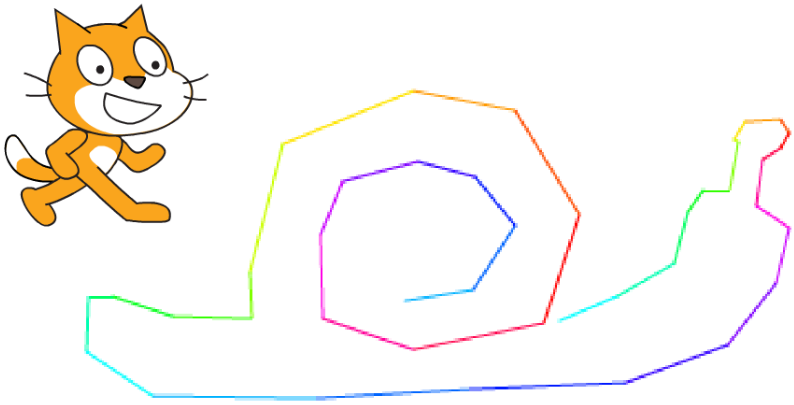


Au départ la taille du stylo est 1. Fais une boucle, où à chaque étape :

- Scratch avance de 6 pas,
- puis tourne de 3 degrés vers la gauche,
- puis ajoute 1 à la taille du stylo,
- puis ajoute 1 à la couleur du stylo.

Trouve une bonne position x, y de départ afin que la spirale tienne entièrement dans l'écran.

Activité 2.
Tu vas programmer ton premier logiciel de dessin.



Pour cela, construis une boucle qui répète indéfiniment :

- Aller au pointeur de la souris,
- Afficher l'abscisse x pendant 1 seconde,
- Afficher l'ordonnée y pendant une seconde.

Essaie de dessiner un escargot, une maison, une fusée...

Blocs utiles.

- Aller à « pointeur de la souris »
- Dire « abscisse x » pendant 1 seconde

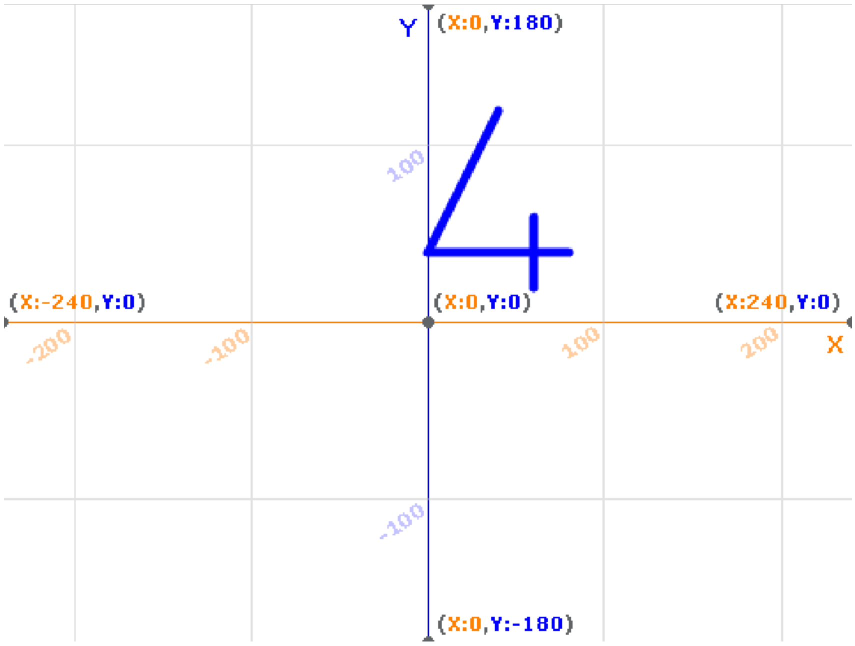
Bonus.

- Change de couleur à chaque segment.
- Affiche x et y en même temps.

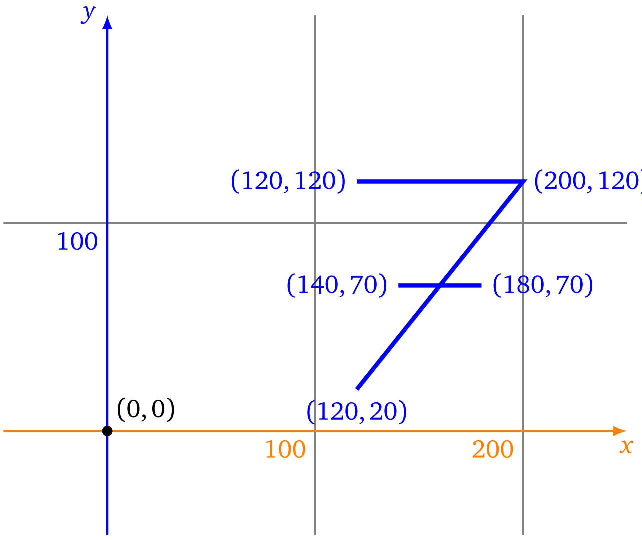
Activité 3.

Choisis comme arrière-plan la grille des coordonnées.

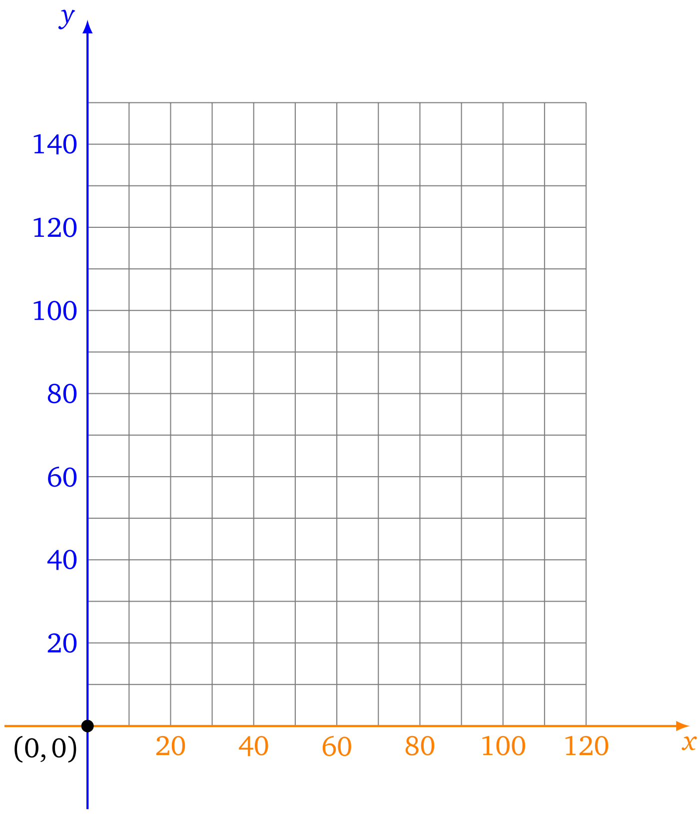
1. Trace le chiffre « **4** » en suivant les instructions suivantes :
   - relever le stylo,
   - aller à $x = 40$, $y = 120$,
   - stylo en position d'écriture,
   - aller à $x = 0$, $y = 40$,
   - aller à $x = 80$, $y = 40$,
   - relever le stylo,
   - aller à $x = 60$, $y = 20$,
   - stylo en position d'écriture,
   - aller à $x = 60$, $y = 60$.



2. Trace le chiffre « **7** » en t'aidant des coordonnées (x, y) des sommets proposés dans le dessin suivant :



3. Dessine la première lettre de ton prénom en majuscule sur la grille ci-dessous.



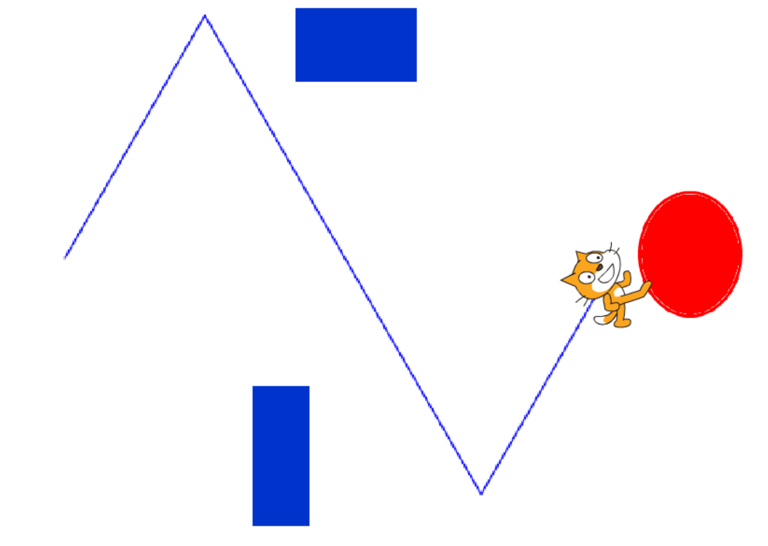
4. Programme Scratch afin qu'il dessine ton initiale.

Scratch
4

Si... alors...

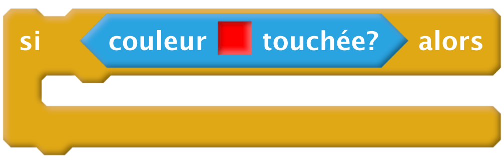
Vidéo ■ Si... alors... - Activité 1
Vidéo ■ Si... alors... - Activité 2
Vidéo ■ Si... alors... - Activité 3

Activité 1.
Scratch se déplace et rebondit sur les bords, il doit atteindre le disque rouge, sans toucher les rectangles bleus. Pour cela, il faut choisir le bon angle au départ.

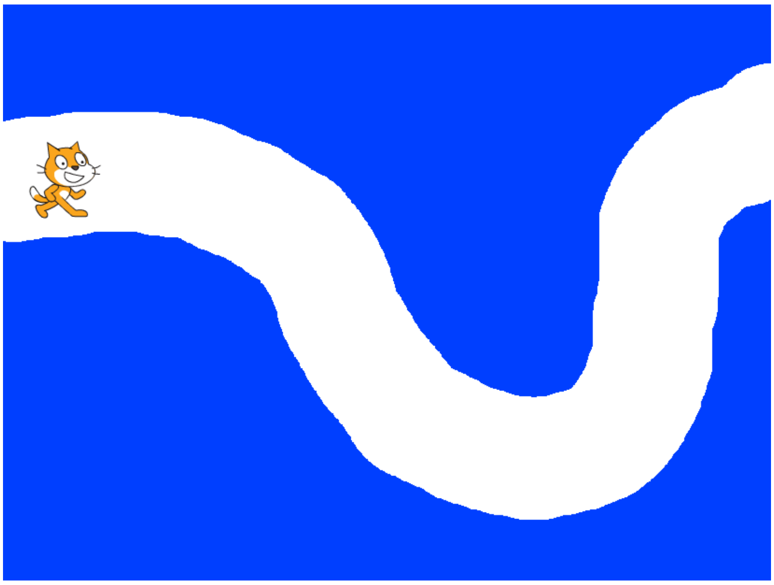


1. Scratch part de $x = -200$, $y = 0$. Il s'oriente selon un angle (par exemple 30°). Puis dans une boucle « répéter indéfiniment » : il avance un peu (disons 5 pas) et il « rebondit si le bord est atteint ».
2. Complète la boucle précédente pour tester si Scratch touche une zone colorée :
   - si Scratch touche une zone rouge alors c'est gagné et on arrête le programme,
   - si Scratch touche une zone bleue alors c'est perdu et on arrête aussi le programme.
3. Dessine des obstacles (en bleu) et une cible (en rouge) sur l'arrière-plan. Cherche l'angle de départ qui convient pour éviter les obstacles et permet d'atteindre la cible !

Blocs utiles.

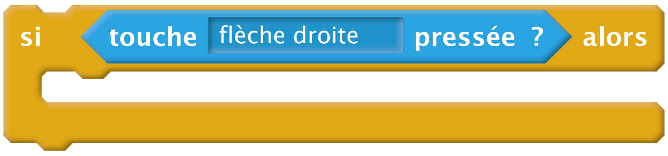


Activité 2.
L'utilisateur déplace Scratch avec les touches de flèches du clavier, de façon à suivre un chemin.

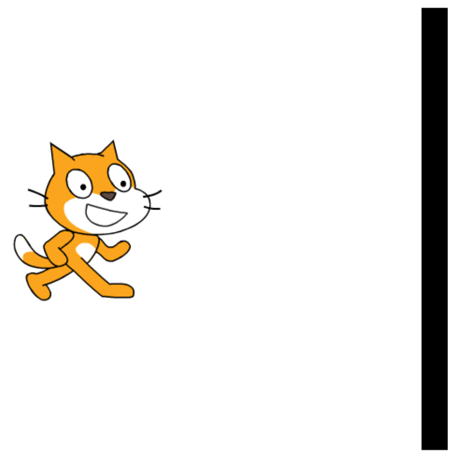


1. Dans une boucle sans fin, on teste quelle flèche est pressée. Si c'est la flèche du haut, Scratch monte (de 5 pas par exemple). Si c'est la flèche du bas, Scratch descend...
2. Dessine un parcours sur l'arrière-plan : tout d'abord peint tout le fond en bleu (avec l'outil pot de peinture) ; puis avec l'outil pinceau (en grande taille) trace un chemin d'une autre couleur.
3. Réduit la taille du lutin Scratch afin qu'il puisse parcourir le chemin.
4. **Bonus.** Si Scratch sort de son chemin, joue un son d'alerte.

Blocs utiles.



Activité 3.
Il s'agit de programmer un jeu :
- Scratch part de la gauche de l'écran, il est visible.
- Au bout de quelques pas, il disparaît mais continue d'avancer.
- Lorsque le joueur appuye sur le bouton gauche de la souris, Scratch s'arrête et réapparaît.
- Si Scratch touche la barre noire, c'est gagné !

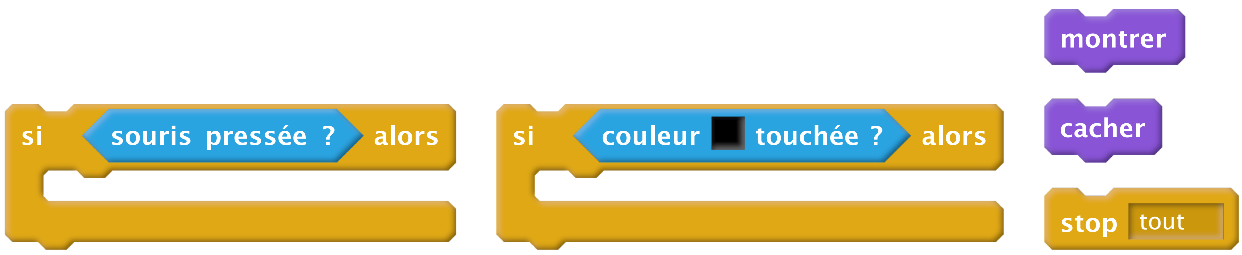


Dans un premier temps, modifie l'arrière plan pour y dessiner une barre verticale noire vers le milieu de l'écran.

1. **Première partie.** Scratch démarre.
   - Positionne Scratch à gauche de l'écran, visible.
   - Répète 10 fois : Scratch avance de 5 et attend un peu (par exemple 0,1 seconde).
2. **Deuxième partie.** Scratch se cache.
   - Cache Scratch.
   - Répète 70 fois : Scratch avance de 5 et attend un peu (le même temps qu'avant).
3. **Troisième partie.** Le joueur clique.

   Dans chaque itération de la boucle précédente, on teste si le bouton gauche de la souris est pressé. Si le joueur appuye que le bouton gauche de la souris alors :
   - Montre Scratch.
   - Si Scratch touche la barre noire alors affiche : « c'est gagné ! ».
   - Arrête le programme.

Blocs utiles.



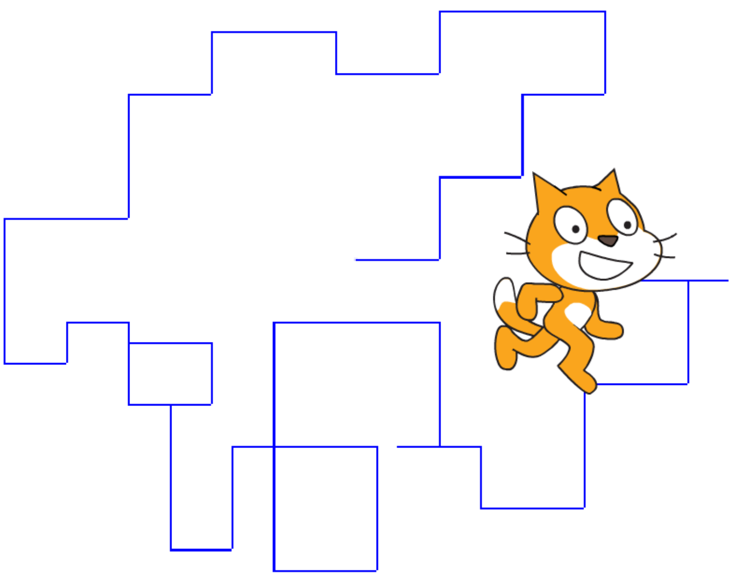
Entrée/Sortie

Vidéo ■ Entrée/Sortie - Activité 1
Vidéo ■ Entrée/Sortie - Activité 2
Vidéo ■ Entrée/Sortie - Activité 3

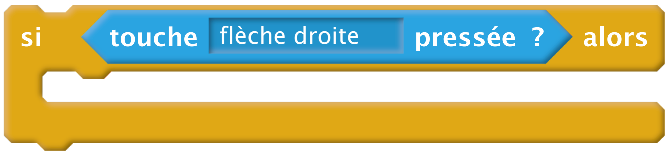
Activité 1.
Programme Scratch afin qu'il réagisse en fonction des commandes suivantes :

- les touches de flèches font monter, descendre Scratch ou le font aller vers la gauche ou la droite,
- la touche **m**, fait jouer un son,
- la touche **c**, passe au costume suivant,
- la touche **espace**, change la couleur du stylo de 10,
- la touche **f**, efface tout l'écran,

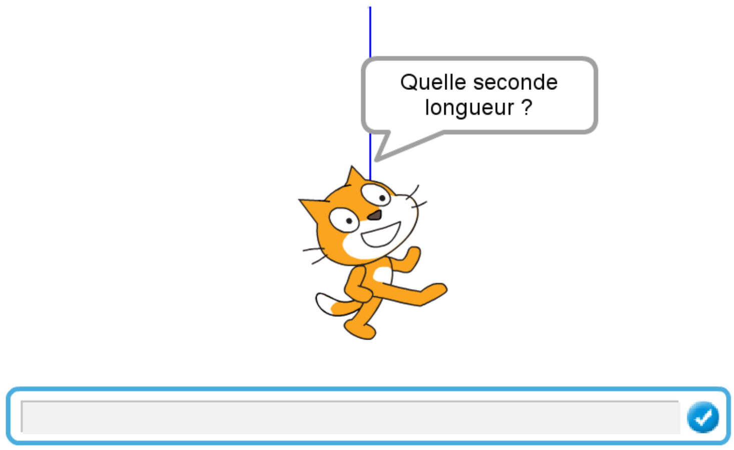
Bonus 1. La touche **r**, relève le stylo, la touche **s** place le stylo en position d'écriture.
Bonus 2. Trouve d'autres actions à contrôler avec les touches et trace de beaux dessins !

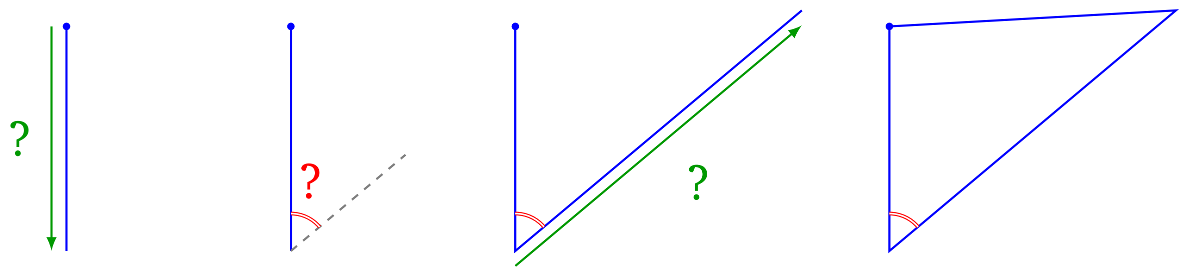


Blocs utiles.



Activité 2.
Maintenant Scratch doit tracer un triangle en suivant les indications de l'utilisateur.





Étape 1 Étape 2 Étape 3 Étape 4

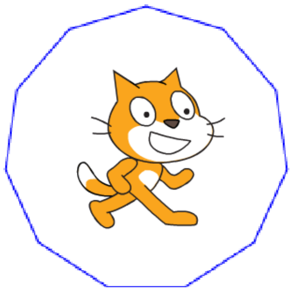
- Étape 0. Scratch part du point $(0, 100)$, orienté vers le Sud (180°).
- Étape 1. Demander à l'utilisateur la longueur du premier côté. Puis faire avancer Scratch vers le bas du nombre de pas de la réponse.
- Étape 2. Demander à l'utilisateur un angle. Puis orienter Scratch selon la valeur répondue.
- Étape 3. Demander à l'utilisateur la longueur du deuxième côté et faire avancer Scratch.
- Étape 4. Scratch retourne au point de départ $(0, 100)$.

Blocs utiles. Il est possible de poser une question, d'attendre la réponse, et d'utiliser la valeur répondue à l'aide de la variable « réponse ».

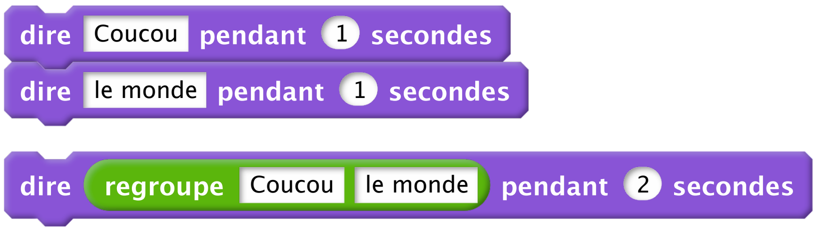
Activité 3.

1. Dans un premier temps, Scratch demande le prénom de l'utilisateur et répond « Bonjour ... » avec le prénom.
2. Dans un second temps, Scratch demande l'âge de l'utilisateur et trace un polygone avec autant de côtés que cet âge.

Par exemple si l'âge est 11, alors Scratch exécute 11 fois : avancer de 50, puis tourner de 360/11.



Blocs utiles. Voici deux façons de faire dire à Scratch deux mots. Soit l'un après l'autre, soit en regroupant les deux mots en une seule phrase.



Scratch
6

Variables et hasard

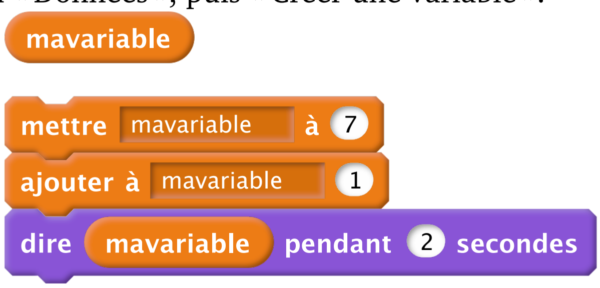
Vidéo ■ Variables et hasard - Activité 1
Vidéo ■ Variables et hasard - Activité 2
Vidéo ■ Variables et hasard - Activité 3

Activité 1.
Ce jeu est un grand classique de la programmation :

- L'ordinateur choisit au hasard un nombre secret entre 1 et 50.
- Le joueur propose une réponse.
- L'ordinateur répond « le nombre à trouver est plus grand » ou bien « le nombre à trouver est plus petit » jusqu'à ce que ce que le joueur trouve la bonne réponse !

Blocs utiles.

- Tu auras besoin de créer tes propres variables. Dans une variable on peut mettre par exemple un nombre, on peut changer ce nombre au cours du programme et on peut utiliser la valeur contenue dans la variable n'importe où dans le code. Voici un exemple avec « mavariable », créée à partir du menu « Données », puis « Créer une variable ».

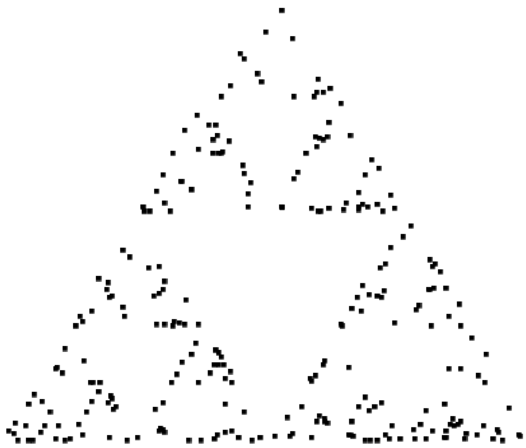


- Le bloc « nombre aléatoire entre (1) et (50) » permet de tirer au hasard un nombre entier entre 1 et 50.

Activité 2.

Tu va tracer le *triangle de Sierpinski*, qui est un triangle rempli de trous, en plaçant des points au hasard !

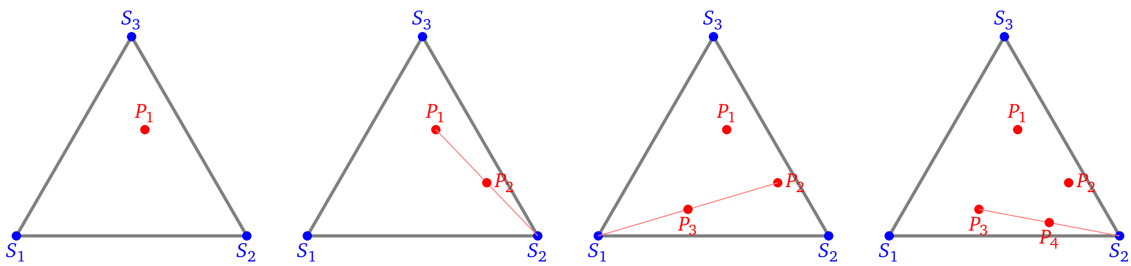
Voici seulement le début de la construction :



Voici le principe du tracé :

- Je pars d'un point P_1.
- Je choisis au hasard l'un des sommets du triangle.
- Je trace le point P_2 qui est le milieu entre P_1 et ce sommet.
- Je recommence le processus en partant cette fois de P_2...

Sur ce dessin, on a placé P_1, le premier sommet choisi est S_2, on trace le milieu de $[P_1S_2]$, c'est P_2. On repart de P_2, le second sommet choisi est ici S_1, et P_3 est le milieu de $[P_2S_3]$. On choisit de nouveau le sommet S_2 afin de tracer P_4...



Voici comment programmer :

- Définir deux variables x et y, qui seront la position courante du point.
- Choisir au hasard un nombre entre 1 et 3.
  — Le nombre 1 correspondra au sommet S_1 de coordonnées $(-200, -170)$.
  — Le nombre 2 correspondra au sommet S_2 de coordonnées $(+200, -170)$.
  — Le nombre 3 correspondra au sommet S_3 de coordonnées $(0, +170)$.
- Si (x, y) sont les coordonnées du point P, alors on trouve les coordonnées du milieu entre P et S_1, en calculant les moyennes des coordonnées :

$$\left(\frac{x-200}{2}, \frac{y-170}{2}\right)$$

Donc selon que l'on choisit S_1, S_2 ou S_3, on fait :

$$\begin{cases} x \leftarrow \frac{x-200}{2} \\ y \leftarrow \frac{y-170}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leftarrow \frac{x+200}{2} \\ y \leftarrow \frac{y-170}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leftarrow \frac{x}{2} \\ y \leftarrow \frac{y+170}{2} \end{cases}$$

- On répète ce processus indéfiniment (le mode turbo permet d'aller plus vite).
- On trace chaque point par la commande « estampiller » (donner un coup de tampon). On aura d'abord remplacé le dessin de Scratch par un tout petit carré noir.

Activité 3.

Tu vas programmer un petit jeu de ping-pong :

- La raquette (en noire) se déplace à droite et à gauche avec les touches de flèches.
- La balle tombe (avec une position de départ et un angle pris au hasard).
- Si la balle tombe sur la raquette ou touche un mur, elle rebondit.
- Si la balle touche la zone rouge du bas, c'est perdu.
- En plus chaque fois que la balle touche la raquette, la balle accélère !

Arrière-plan.

Dessine tout en bas de l'arrière-plan un rectangle rouge long et mince.

La raquette.

La raquette est le premier lutin. Remplace le chat Scratch par un petit rectangle noir. Le programme associé à la raquette est très simple : lorsque le drapeau vert est cliqué, la raquette se déplace vers la droite ou vers la gauche avec les touches de flèches.

La balle.

La balle est un second lutin, qui aura son propre programme.

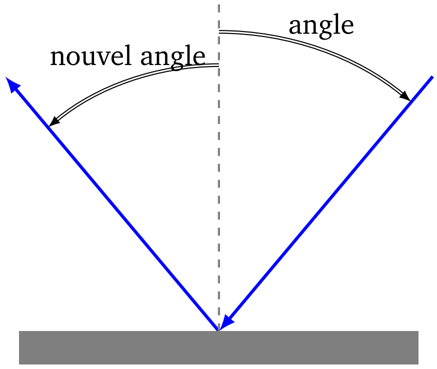
- Lorsque le drapeau vert est cliqué, place la balle en position $y = 180$ et pour x c'est un nombre pris au hasard entre -150 et $+150$.
- Oriente la balle au hasard avec un angle entre 160 et 200.
- Définis un variable « vitesse », au départ la vitesse vaut 5.
- On répète indéfiniment :

  — avancer de la valeur « vitesse »,

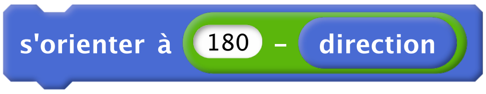
— si la zone rouge est touchée, arrêter tout : c'est perdu !
— rebondir si le bord est atteint,
— si la zone noire est touchée (la raquette) alors rebondir et augmenter la vitesse de 1.

Comment rebondir ? La balle arrive avec un certain angle. Cet angle est stocké dans la variable « direction ». Lorsqu'elle touche la raquette (le rectangle noir) alors la balle doit changer sa direction. La formule est la suivante :

$$\text{nouvelle direction} = 180° - \text{ancienne direction}$$



Ce qui s'écrit :



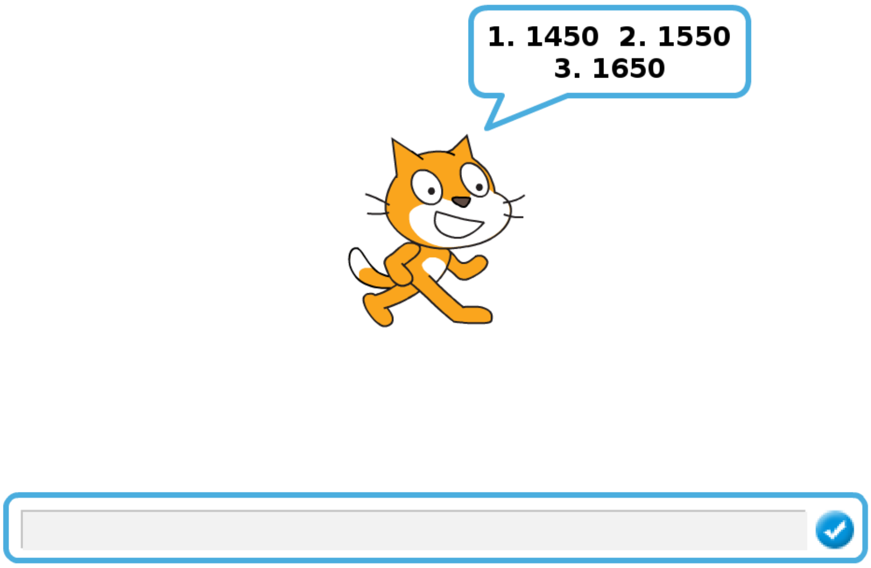
Scratch
7

Si ... alors ... sinon ...

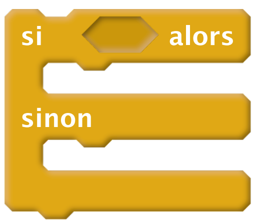
Vidéo ■ Si ... alors ... sinon ... - Activité 1
Vidéo ■ Si ... alors ... sinon ... - Activité 2
Vidéo ■ Si ... alors ... sinon ... - Activité 3

Activité 1.
Programme un petit quiz.

- Pose une question avec trois réponses possibles.
- L'utilisateur répond 1, 2 ou 3.
- Affiche si c'est la bonne réponse ou pas.



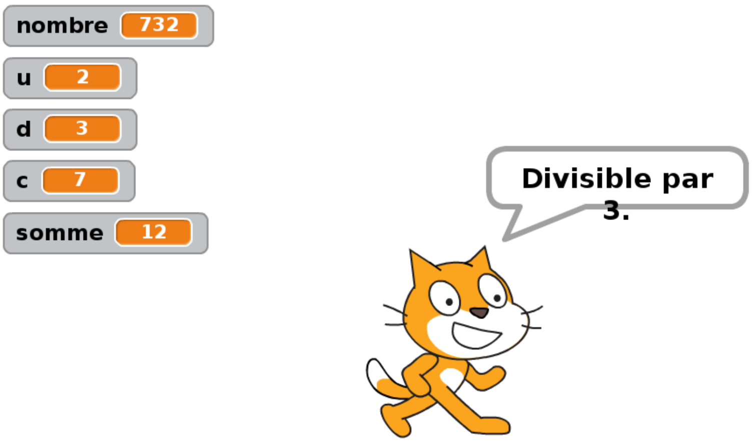
Blocs utiles.



Exemples de questions, sur le thème « dates de l'histoire des sciences » :

- L'invention de l'imprimerie (1. 1450, 2. 1550, 3. 1650).
- L'encyclopédie de Diderot (1. 1650, 2. 1750, 3. 1850).
- Second voyage de Christophe Colomb (1. 1493, 2. 1497, 3. 1502).
- Premier homme dans l'espace, Youri Gagarine (1. 1941, 2. 1951, 3. 1961).
- Premier homme sur la lune, Neil Armstrong (1. 1959, 2. 1969, 3. 1979).
- Premier ordinateur électronique, ENIAC (1. 1947, 2. 1967, 3. 1987).
- ...

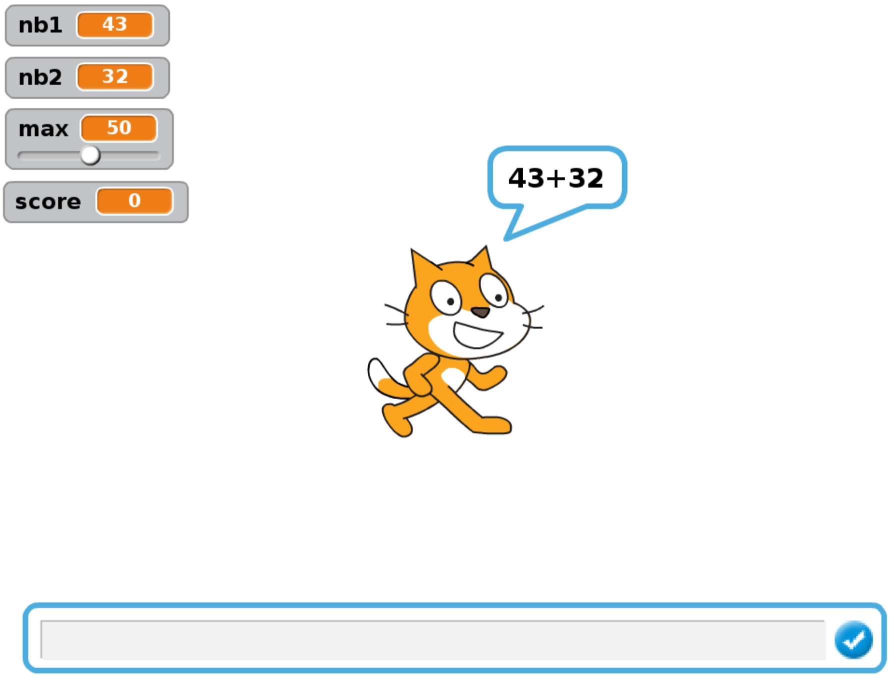
Activité 2.
Demande à l'utilisateur un nombre entre 100 et 999 et fais calculer à l'ordinateur si ce nombre est divisible par 5, puis s'il est divisible par 3.



- **Critère de divisibilité par 5.**
  Un entier est divisible par 5 exactement lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.
  Exemple : 160 et 12485 sont divisibles par 5, par contre 8753 ne l'est pas !
- **Critère de divisibilité par 3.**
  Un entier est divisible par 3 exactement lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.
  Exemple : 561 est divisible par 3, car $5 + 6 + 1 = 12$ est divisible par 3. Par contre 917 ne l'est pas.

Blocs utiles. Comment récupérer les chiffres d'un nombre ? Si ce nombre est un nombre à 3 chiffres, alors on considère ce nombre comme un mot de 3 lettres. Par exemple si le nombre est 492, alors la première lettre est 4, la deuxième est 9, la troisième est 2.

Activité 3.
Programme un jeu de calcul mental.

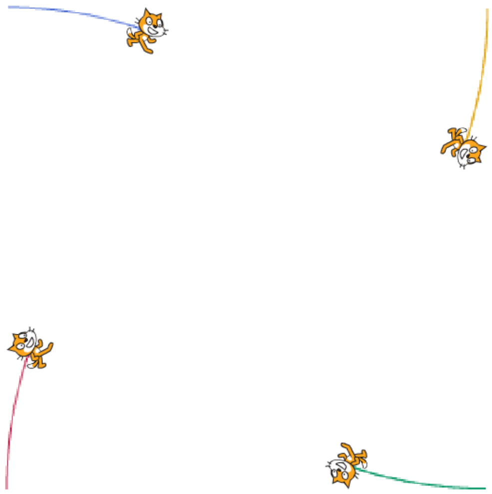


- Fixe un maximum (par exemple 50).
- Tire deux nombres au hasard plus petit que ce maximum.
- Demande combien vaut la somme des deux nombres.
- Vérifie le résultat, si la réponse est juste augmente le score du joueur, sinon joue un son.
- Demande plusieurs calculs et affiche le score final.

Plusieurs lutins

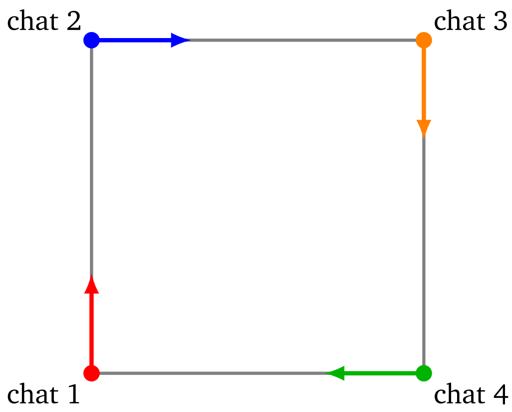
Vidéo ■ Plusieurs lutins - Activité 1
Vidéo ■ Plusieurs lutins - Activité 2
Vidéo ■ Plusieurs lutins - Activité 3

Activité 1.
Programmes quatre chats qui courent les uns après les autres.



- Le chat 1 court après le chat 2,
- le chat 2 court après le chat 3,
- le chat 3 court après le chat 4,
- le chat 4 court après le chat 1.

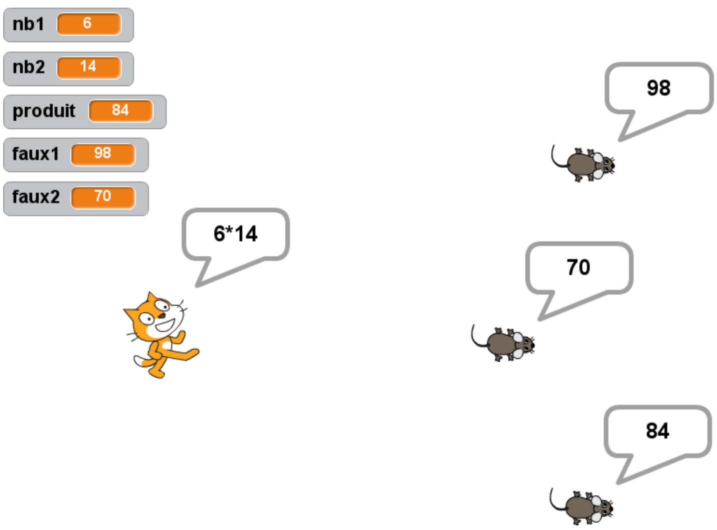
Voici la position de départ :



Plusieurs lutins.
Avec Scratch, tu peux contrôler plusieurs lutins en même temps. Chaque lutin aura ses propres instructions. Pour définir un nouveau lutin, on clique sur l'icône « nouveau lutin », ou bien on clique le bouton droit de la souris sur un lutin existant, puis « dupliquer ».

Blocs utiles.

Activité 2.
Programme un petit jeu de calcul mental, avec un chat et trois souris.
- Le chat demande une multiplication.
- La souris 1 affiche le bon résultat.
- Les souris 2 et 3 affichent des résultats faux.
- Le chat avance en suivant le pointeur de la souris d'ordinateur, jusqu'à toucher la souris qui affiche le bon résultat.

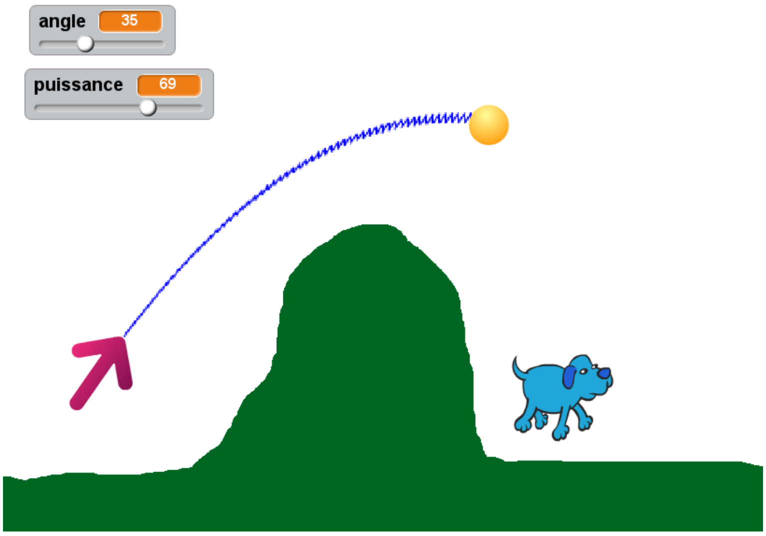


Voici comment structurer ton programme :
- **Initialisation.**
  Débute par les instructions suivantes, qui peuvent être incluses avec celles du chat.

— Choisis deux nombres nb1 et nb2 au hasard entre 5 et 15.
— La bonne réponse sera produit $=$ nb1 $\times$ nb2.
— Deux mauvaises réponses seront proposées par exemple : faux1 $=$ (nb1 $+1)\times$ nb2 ; faux2 $=$ (nb1 $-1)\times$ nb2.

- **Le chat.**
  — Il démarre de la gauche.
  — Il affiche le calcul « nb1 $\times$ nb2 ».
  — On répète indéfiniment : s'orienter vers le pointeur de la souris de l'ordinateur, et avancer de 3 pas.
  — S'il touche la souris 1, c'est gagné !
- **Les souris.**
  — Chaque souris se place au hasard, avec x entre 0 et 150 et y entre -150 et 150.
  — La souris 1 affiche produit, les autres souris affichent les mauvais résultats faux1 et faux2.

Activité 3.
Programme un canon qui lance une balle, si la balle touche le chien c'est gagné ! Le canon s'oriente par un angle, et on peut régler la puissance du lancé.



Le canon.
- Définis une variable angle.
- Répète indéfiniment : s'orienter à angle.
- Une fois le programme lancé, tu peux régler l'angle à l'aide d'un curseur (affiche la variable angle et double clique sur cet affichage, jusqu'à obtenir le potentiomètre).

L'arrière plan et le chien
- Dessine un arrière plan coloré (ici vert), avec une montagne au milieu afin d'éviter un tir direct.
- Place un chien à droite de la montagne. Pour compliquer la mission, le chien peut se balader de gauche à droite.

La balle : tir parabolique.
C'est la partie la plus délicate. Une fois la balle lancée, elle suit une trajectoire en forme de parabole. Le principe est expliqué plus loin.

Dans la pratique :

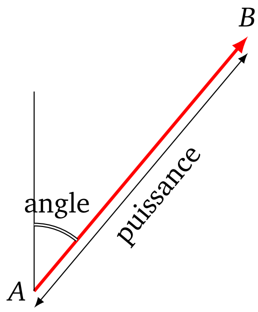
- Définir une variable `puissance` (réglable comme pour `angle` ci-dessus).
- Définir une variable `descente` et l'initialiser à 0.
- Orienter la balle à `angle`.
- Répéter :
  - — avancer de $0.1\times$`puissance`,
  - — ajouter -0.1 à `descente`,
  - — ajouter `descente` à y.

La balle : gagné ou perdu ?

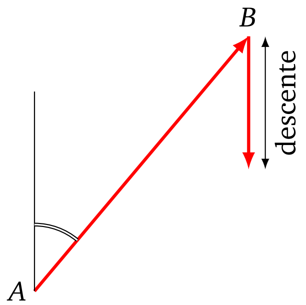
- Si la balle touche la couleur verte ou si la balle touche le bord de l'écran : c'est perdu.
- Si la balle touche le chien : c'est gagné !

Voici le principe du tracé du tir parabolique :

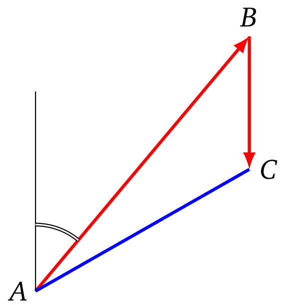
- La trajectoire est formée de petits segments.
- Chaque segment s'obtient en suivant deux vecteurs (des « flèches »).
- Le premier vecteur est déterminé par l'angle et la puissance : il reste tout le temps le même.
- Le second vecteur est un vecteur vertical dirigé vers le bas. Ce vecteur va être de plus en plus grand (c'est la variable `descente`).
- Le segment tracé part au début premier vecteur et arrive à la fin du second.
- On recommence, mais avec un vecteur vertical un peu plus grand.



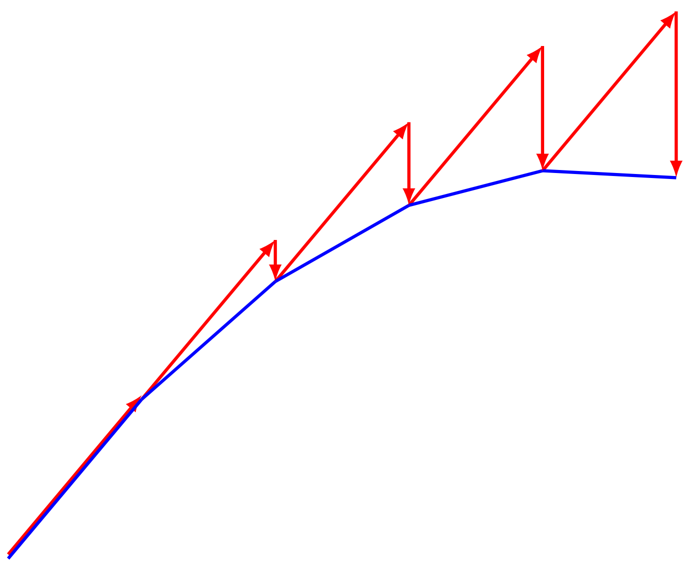
(a) tir



(b) descente



(c) somme des vecteurs



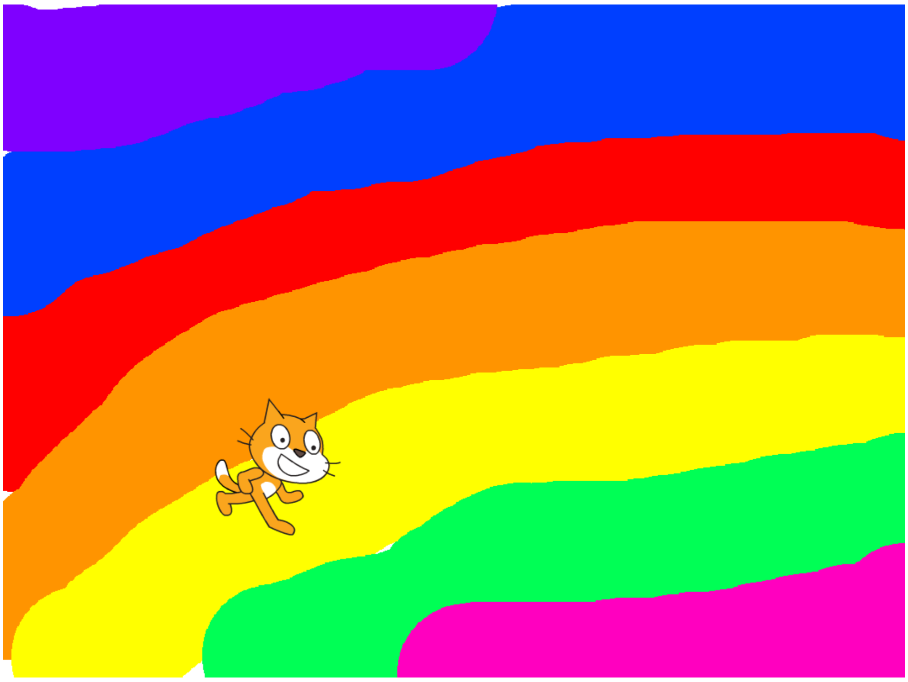
(d) simulation du tir parabolique

Sons

Vidéo ■ Sons - Activité 1
Vidéo ■ Sons - Activité 2
Vidéo ■ Sons - Activité 3

Scratch permet de jouer des sons, des notes avec divers instruments, et même d'enregistrer ses propres sons. On va ici s'intéresser plutôt à l'aspect scientifique du son.

Activité 1.

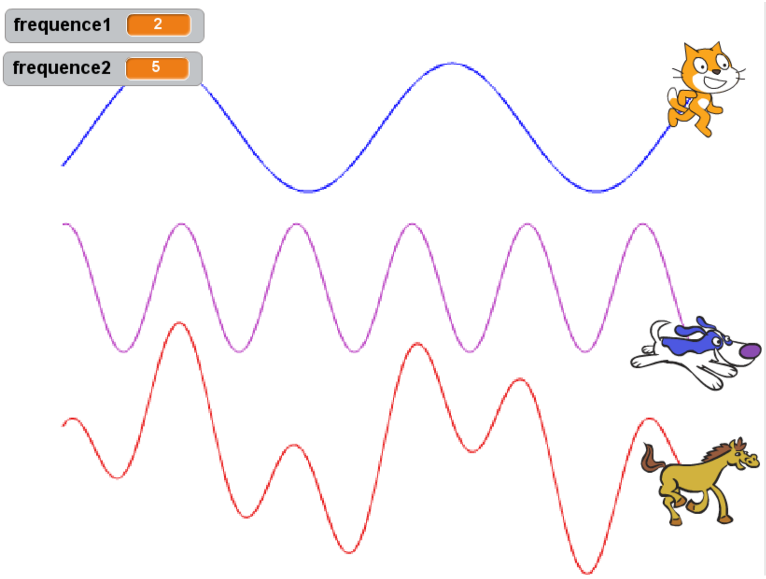


Scratch se déplace sur un arc-en-ciel et joue une musique en fonction de la couleur sur laquelle il se trouve.

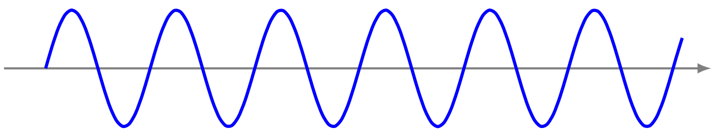
1. Dessine un arrière plan avec 7 couleurs différentes.
2. Fais déplacer Scratch sur tout l'écran.
3. Joue une note *do*, *ré*, *mi*... selon la couleur.
4. Tu peux choisir un nombre au hasard pour la durée du son (par exemple 0.05 fois un nombre aléatoire entre 1 et 10).

Blocs utiles.
Les notes sont énumérées à l'aide d'entiers, *do* est représenté par 60, *ré* par 62,. . . On y accède à l'aide d'une image représentant les touches d'un piano.

Activité 2 (Le son est une onde).



- Le son se propage en faisant vibrer l'air : on parle d'une onde.
- C'est comme lorsque l'on jette un caillou dans l'eau, des vagues se forment.
- Ces vagues seront ici des *sinus*. Les sommets des vagues sont plus ou moins rapprochés selon la *fréquence*.

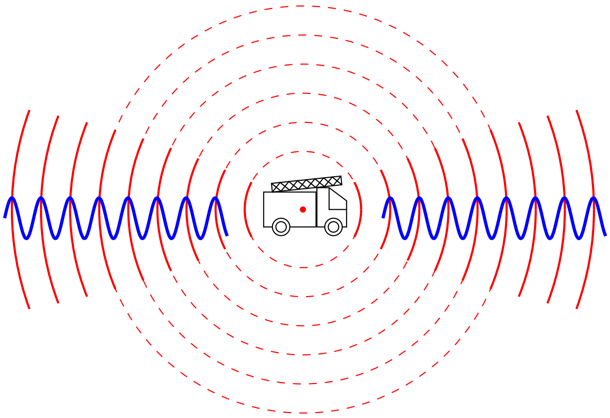


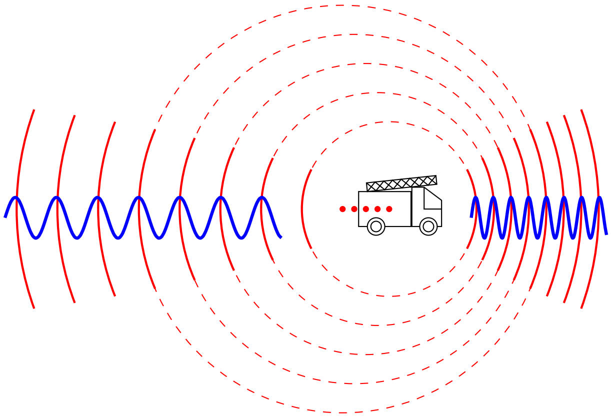
1. Partir de $x = -200$.
2. Calculer :
   - Mettre la variable y1 selon la formule : $y_1 = 40 \times \sin(2 \times x)$.
   - Mettre la variable y2 selon la formule : $y_2 = 40 \times \sin(5 \times x)$.
   - Mettre la variable y3 selon la formule : $y_3 = y_1 + y_2$.
3. Le chat va à $(x, y_1 + 100)$, le chien à (x, y_2), le cheval à $(x, y_3 - 100)$.
4. Recommencer après avoir augmenté la valeur de x.
5. **Bonus.** Définir deux variables `frequence1` et `frequence2` qui permettent de changer les fréquences :

$$y_1 = 40 \times \sin(\texttt{frequence1} \times x) \qquad y_2 = 40 \times \sin(\texttt{frequence2} \times x)$$

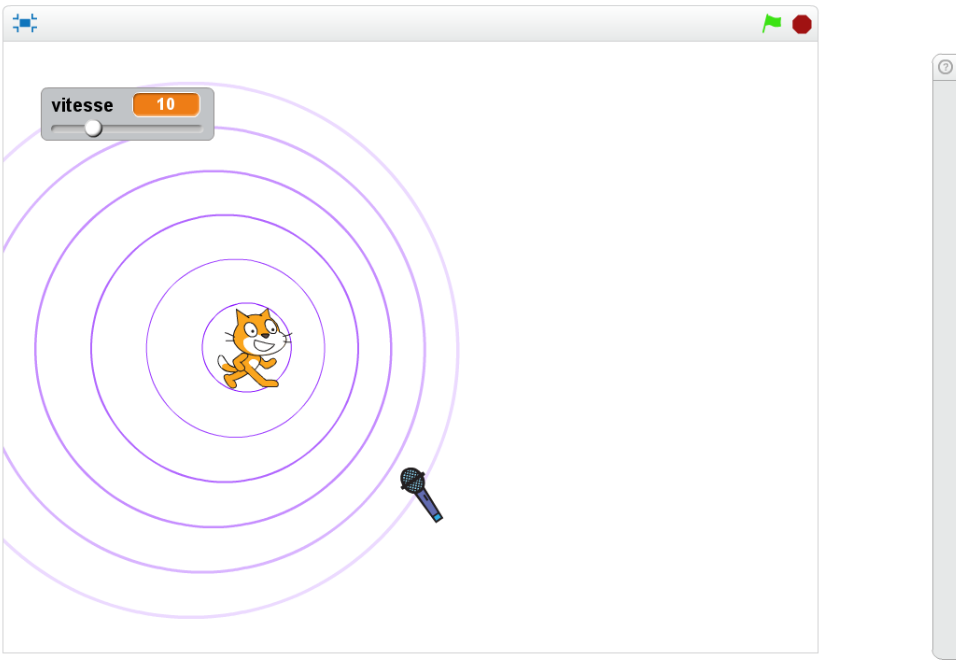
Blocs utiles.
Dans le menu « opérateur », tout en bas, tu trouveras les fonctions mathématiques, dont la fonction « sinus ».

Activité 3 (L'effet Doppler)**.**
Tu entends l'*effet Doppler* avec la sirène des pompiers : quand la sirène se rapproche le son est plus aigu, quand la sirène s'éloigne le son est plus grave. La sirène des pompiers émet toujours le même son, à la même fréquence, mais le son perçu est différent.


(a) camion fixe


(b) camion qui avance

Sur la figure de gauche, le camion est fixe, sur celle de droite il se déplace. Pour modéliser le son, on imagine que la sirène émet un « bip » chaque seconde. Le son se propage et on représente ce « bip » par un cercle qui part de la sirène puis s'agrandit.



Le chat.
Le chat représente le camion de pompier. Définis une variable `vitesse`, puis répète indéfiniment :

1. avancer de `vitesse`,
2. attendre 1 seconde,
3. créer un clone du lutin « Cercle ».

Les cercles.
Dessine toi-même le lutin « Cercle » : c'est juste un grand cercle. Il sera cloné plusieurs fois et sera affiché à des tailles différentes.
Quand le lutin "Cercle" démarre comme un clone :

1. il se place là où est le chat,
2. il s'affiche avec un taille de 0%,
3. puis répète 20 fois : attendre 0.3 secondes, ajouter 5 à la taille.
4. Tu peux utiliser l'effet « fantôme » pour estomper progressivement le cercle.

Bonus. Le microphone.
- Si un cercle touche le microphone, alors joue un son bref.
- Attention : le microphone doit être mis à une taille très petite, afin de toucher chaque cercle qu'une seule fois.

Utilisation.
- À vitesse nulle. Les cercles ont tous le même centre. Le microphone joue un son régulièrement.
- À petite vitesse. Les cercles sont plus regroupés vers l'avant. Le microphone joue des sons d'abord rapprochés, puis plus espacés.
- À grande vitesse. Lorsque le chat se déplace à la même vitesse que le son, alors les cercles peuvent avoir tous un point commun : c'est le phénomène du mur du son !

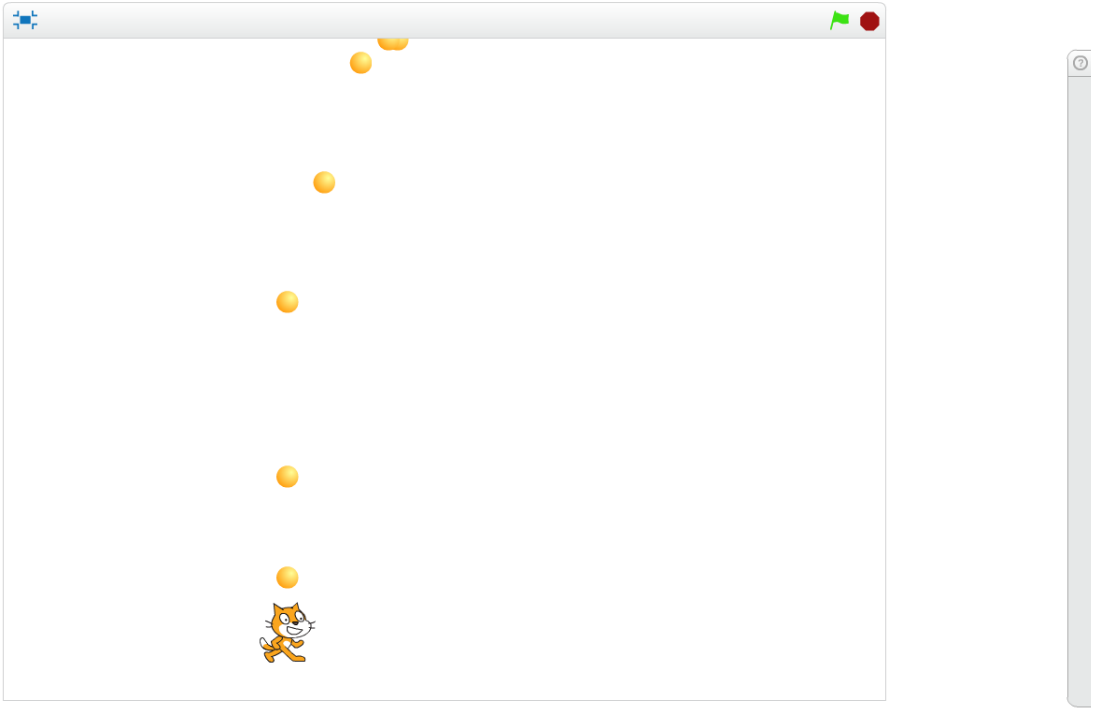
Scratch
10
Invasion

Vidéo ■ Invasion - Activité 1
Vidéo ■ Invasion - Activité 2
Vidéo ■ Invasion - Activité 3

Tu va programmer en trois étapes un jeu s'inspirant du célèbre jeu *Space invaders*.

Le chat est attaqué par des chauves-souris qui lui lancent des bombes bleues. Il réplique avec des balles jaunes. Le chat peut aussi s'abriter sous un abri, mais qui n'est que provisoire.

Activité 1 (Le chat et les balles).
Programme le chat qui lance des balles.
- Le chat se déplace vers la droite ou la gauche avec les touches de flèches.
- Si la touche de la flèche vers le haut est pressée, alors le chat lance une balle.
- Chaque balle part du chat et monte verticalement.



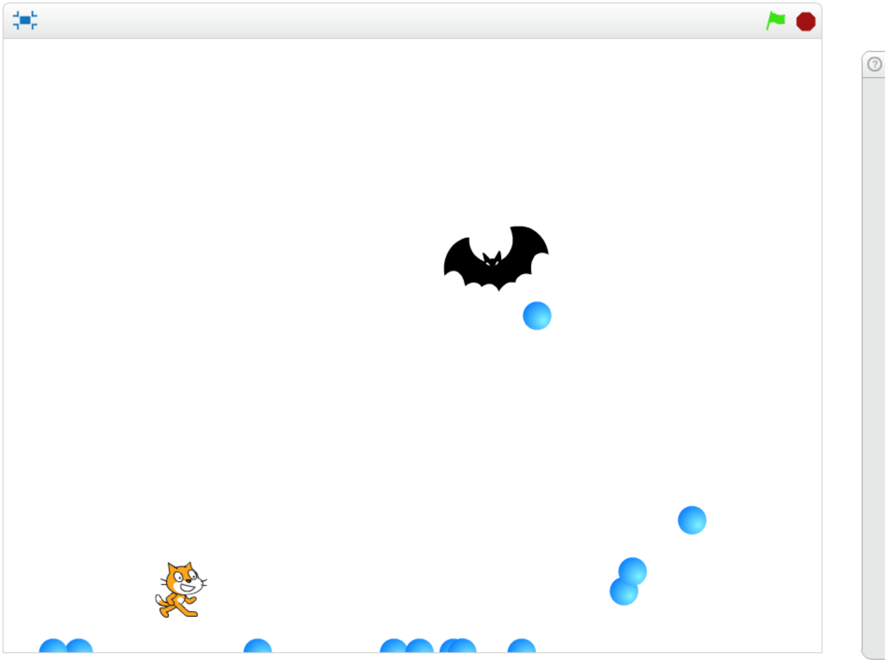
Les balles clonées.
Comment lancer plusieurs balles ? Il suffit d'écrire le programme pour une seule balle et de créer des clones !

- Pour lancer un balle, le chat exécute l'instruction « Créer un clone de balle ».
- Le code pour la balle commence par « quand je commence comme un clone » (au lieu de « quand le drapeau vert est cliqué »)

Blocs utiles.

Activité 2 (La chauve-souris attaque)**.**

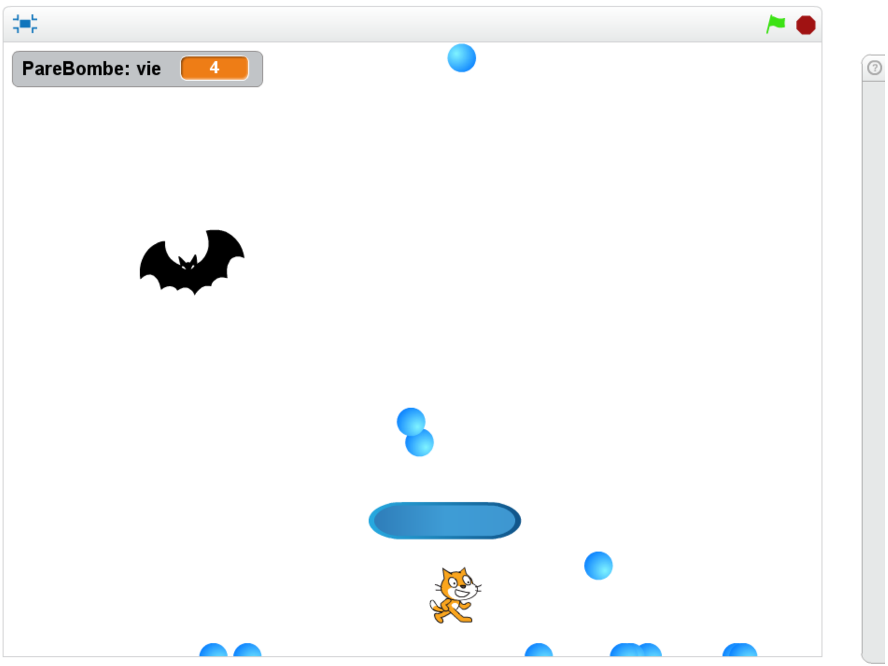
- La chauve-souris se déplace de droite à gauche.
- Si elle touchée par une balle du chat, c'est terminée pour elle (cache-la et arrête son script).
- De temps en temps elle lance une bombe (par exemple, tire au hasard un nombre entre 1 et 20, si ce nombre est 1, lance une bombe, puis attends un peu avant de tirer un autre nombre au hasard).
- Encore une fois la bombe est un nouveau clone, créé par la chauve-souris.
- La bombe s'oriente à 180° et descend verticalement.
- Modifie le script du chat. S'il est touché par une bombe, c'est perdu : joue un son et arrête tout.



Activité 3 (Un pare-bombes).

Protège le chat avec un pare-bombes. Mais, après avoir reçu 5 bombes, le pare-bombes disparaît.

- Le pare-bombes possède 5 vies. Chaque fois qu'une bombe le touche, il perd une vie. Lorsqu'il n'a plus de vie, il disparaît.
- Si une bombe tombe sur le pare-bombes, elle repart vers le haut.
- Si une balle, lancée par le chat, touche le pare-bombes, elle disparaît.



Bonus

- Duplique la chauve-souris pour augmenter la difficulté.
- Rajoute d'autres pare-bombes pour aider le chat.
- Affiche un score, rajoute des vies au chat...

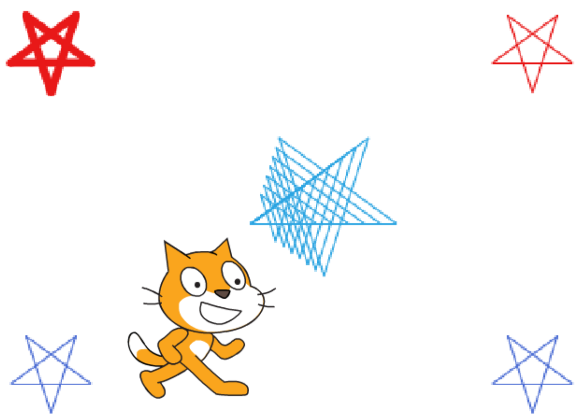
Scratch 11

Créer ses blocs

Vidéo ■ Créer ses blocs - Activité 1
Vidéo ■ Créer ses blocs - Activité 2
Vidéo ■ Créer ses blocs - Activité 3

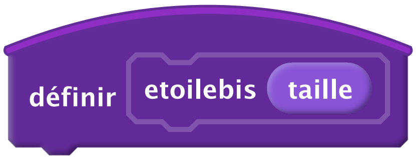
Créer ses propres blocs a plusieurs avantages : cela évite de recopier du code qui apparaît plusieurs fois, et le code devient plus court. Le programme ne sera pas plus rapide et le résultat sera le même, mais le code sera plus facile à écrire et à lire !

Activité 1.

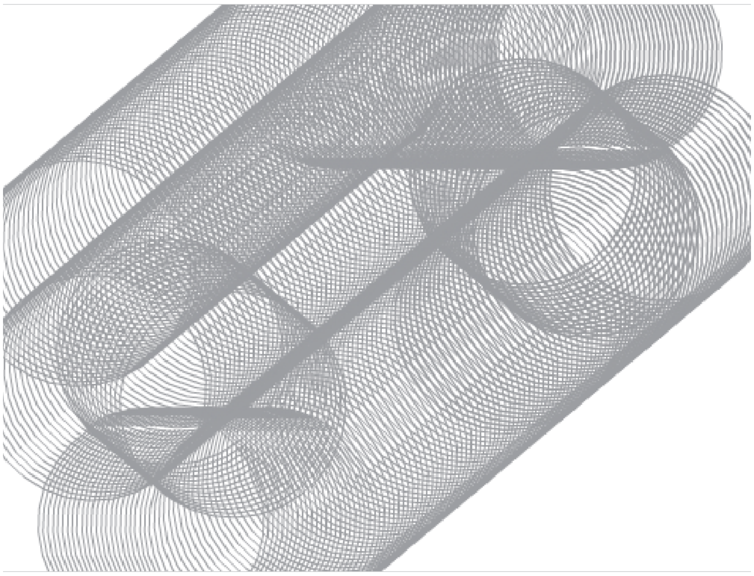


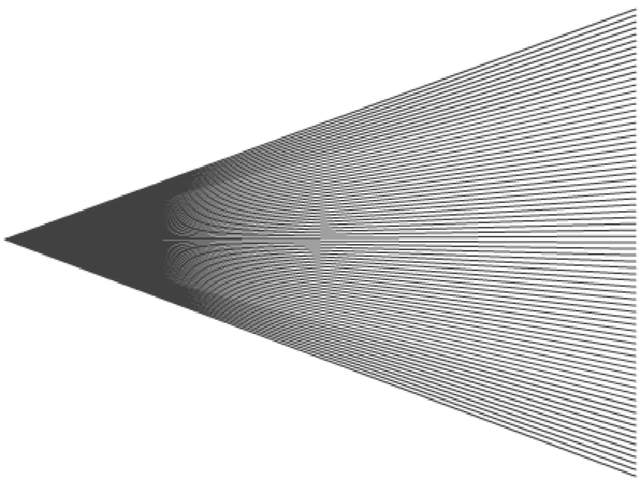
1. Crée ton bloc `etoile` qui effectue les instructions suivantes :
   - stylo en position d'écriture,
   - répéter 5 fois : avancer de 50, tourner de 216°,
   - relever le stylo.
2. Dessine une étoile à chaque coin de l'écran. Tu peux changer la couleur et la taille du stylo.
3. Crée un nouveau bloc `etoilebis` qui trace une étoile, mais avec la taille que l'on souhaite. Pour cela, le bloc dépend cette fois d'un nombre (que l'on peut appeler `taille` par exemple) et, au lieu d'avancer de 50, on avance de `taille`.
4. Trace de étoiles de taille 30, 40, 50, ... au centre de l'écran.

Blocs utiles. Crée tes propres blocs dans le menu « Ajouter blocs », puis « Créer un bloc ». Donne lui un nom bien choisi, et dans les options tu peux ajouter des paramètres.



Activité 2.
Les *effets moirés* sont des formes qui apparaissent lors du tracé de formes géométriques simples. La figure de haut est tracée avec des cercles, celle du bas avec des segments.



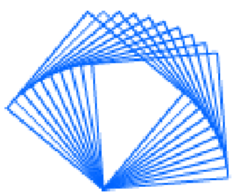


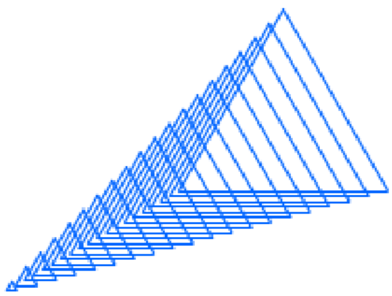
1. Crée un bloc `cercle` qui exécute les instruction suivantes :
   - stylo en position d'écriture,

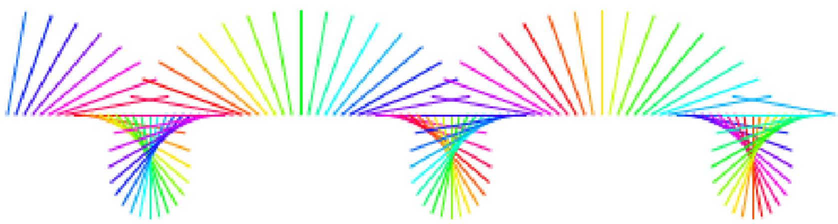
- répéter 30 fois : avancer de 15, tourner de 12°,
- relever le stylo.

2. Trace des centaines de cercles, en avançant de quelques pas à chaque fois (figure du haut).
3. Crée un bloc `droite` qui dépend d'un nombre `valy` et qui trace une droite de $(-200, 0)$ à $(200, \texttt{valy})$. Les instructions sont les suivantes :
   - relever le stylo.
   - aller à $(-200, 0)$
   - stylo en position d'écriture,
   - aller à $(200, \texttt{valy})$.
4. Définis une variable y. Fait varier y entre -150 et $+150$ de façon à tracer plein de droites grâce au bloc `droite` (y) (figure du bas).

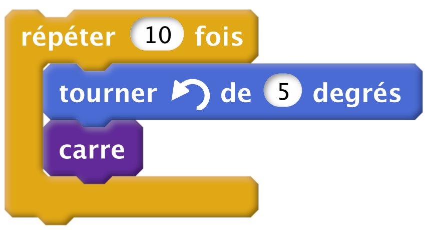
Activité 3.
Les dessins suivants ont été réalisés à partir de figures simples.





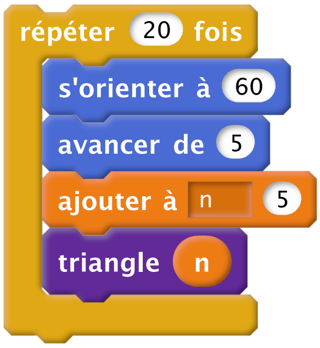


1. Le dessin en haut à gauche est obtenu par les instructions suivantes.



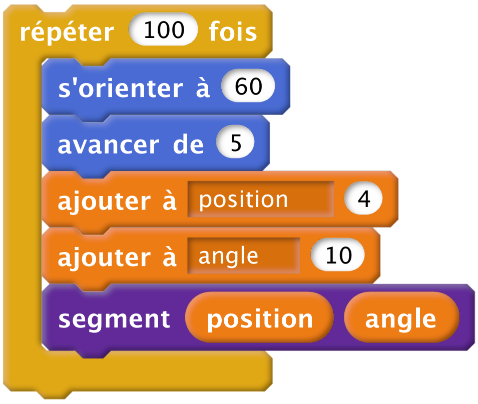
   À toi de définir le bloc `carre`.

2. Le dessin en haut à droite est obtenu par les instructions suivantes.



À toi de définir le bloc `triangle(taille)`.

3. Le dessin en bas est obtenu par les instructions suivantes.



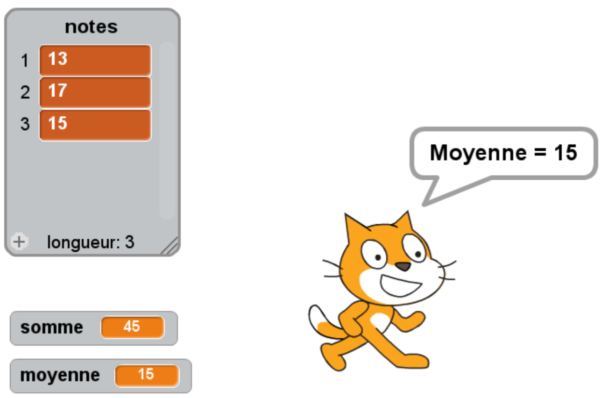
À toi de définir le bloc `segment(position)(angle)`.

Scratch
12

Listes

Vidéo ■ Listes - Activité 1
Vidéo ■ Listes - Activité 2
Vidéo ■ Listes - Activité 3

Activité 1 (Calcul de la moyenne)**.**
Écris un programme qui demande trois notes à l'utilisateur et ensuite en calcule la moyenne.



- Crée une liste `notes`.
- Demande trois notes à l'utilisateur. Ajoute chaque note à la liste.
- Calcule la somme des trois notes. Pour cela :
  — Crée une variable `somme` initialisée à 0.
  — Crée une variable `n` initialisée à 0. Ce sera le *compteur* pour parcourir la liste.
  — Répète 3 fois : ajouter 1 à `n` ; ajouter à `somme` l'élément `n` de la liste `notes`.
- La moyenne s'obtient par la formule :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des notes}}{\text{nombre de notes}}$$

Bonus.
- Modifie ton programme de sorte que le nombre de notes soit une variable.
- Tu peux même demander à l'utilisateur de combien de notes il souhaite calculer la moyenne.

Blocs utiles.
- On crée une liste à partir du menu « Données ». Ici la liste `notes` contiendra trois nombres.
- On ajoute les éléments un par un. Par exemple voici le bloc pour ajouter la note 15 à la liste.

- On peut récupérer un élément de la liste. Par exemple, voici comment récupérer le premier élément, et aussi celui en position n (n est notre compteur qui peut valoir 1, 2, 3,...).

- Pour démarrer à chaque fois en partant d'une liste vide, commence ton programme avec le bloc :

Activité 2 (Le cadavre exquis)**.**
Programme un jeu de mots : forme une phrase au hasard à partir d'un sujet, d'un verbe, d'un lieu et d'un complément.

- Crée une liste de sujets (par exemple : [Le chat, Dark Vador, Ma voisine, Mickey Mouse,...]).
- Crée une liste de verbes (par exemple : [mange, plonge, ronfle, grimpe,...]).
- Crée une liste de lieux (par exemple : [dans la piscine, dans la forêt, à la plage, sur la neige,...]).
- Crée une liste de compléments (par exemple : [avec plaisir., sans s'arrêter., en boudant., avec Batman.,...]).
- Crée une variable `monsujet` qui stocke un élément au hasard de la liste des sujets, idem avec un verbe, un lieu, un complément.
- Affiche un phrase composée de ce sujet, ce verbe, ce lieu et ce complément.

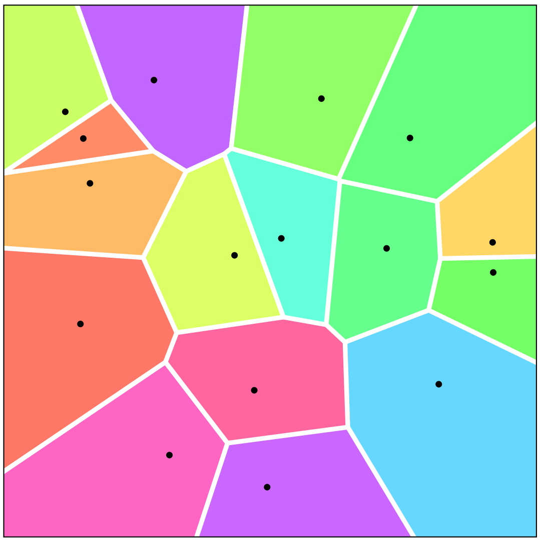
Blocs utiles.

Activité 3 (Le loto en couleur)**.**
Programme un mini-jeu de loto en couleur.
- Une urne contient 6 boules : 3 noires, 2 rouges, 1 bleue.
- On tire au hasard une première boule (puis on la remet dans l'urne) ; on tire au hasard une

seconde boule (puis on la remet dans l'urne).
- C'est gagné si l'une des boules est rouge et que l'autre est bleue.
- Répète 10 000 tirages. Sur ces 10 000 tirages, combien en obtiens-tu de gagnants ?

Indications.
- Crée une liste [N,N,N,R,R,B] qui modélise les boules de l'urne.
- Attention, il n'y a pas d'ordre. Le tirage (R,B) et le tirage (B,R) sont tous les deux gagnants !

ALGORITHMES AU COLLÈGE



CODES ET ALGORITHMES

Exo7

À la découverte des algorithmes

Un algorithme est une suite d'instructions données permettant d'atteindre un objectif ou de résoudre un problème, un peu comme une recette de cuisine. Comment effectuer une multiplication ? Comment trier une liste ? Quel est le plus court chemin entre deux villes ?

Un algorithme n'est pas lié à un langage, ni même aux ordinateurs ! C'est pourquoi on peut très bien comprendre un algorithme en travaillant sur feuille. Travailler sur feuille, pour faire de l'informatique, l'idée est surprenante. Mais ce travail permet d'abord de préparer ou de consolider les connaissances apprises devant la machine. Il permet également d'étudier des concepts difficiles à programmer avec un logiciel, comme par exemple des algorithmes graphiques ou bien encore qui portent sur les mots.

Alan Turing est un personnage emblématique qui a été l'un des premiers à faire le lien entre travail théorique et travail sur machine. D'une part, il a participé activement à la création d'un des premiers ordinateurs permettant ainsi de décrypter des messages secrets durant la seconde guerre mondiale. D'autre part, il a conçu *la machine de Turing*, encore utilisée de nos jours, qui n'est pas une véritable machine, mais un modèle d'ordinateur sur papier !

Sommaire

Feuille 1

Premiers pas

Activité 1 (Je suis une machine)**.**
Commençons par un petit jeu : une personne doit faire tracer à d'autres un dessin bien précis. Pour jouer, il faut :

- un *programmeur*, il choisit un dessin et il donne des instructions uniquement à l'oral,
- une ou plusieurs personnes qui jouent le rôle d'*ordinateur*, elles doivent reproduire le dessin sans jamais l'avoir vu, juste en écoutant les instructions.

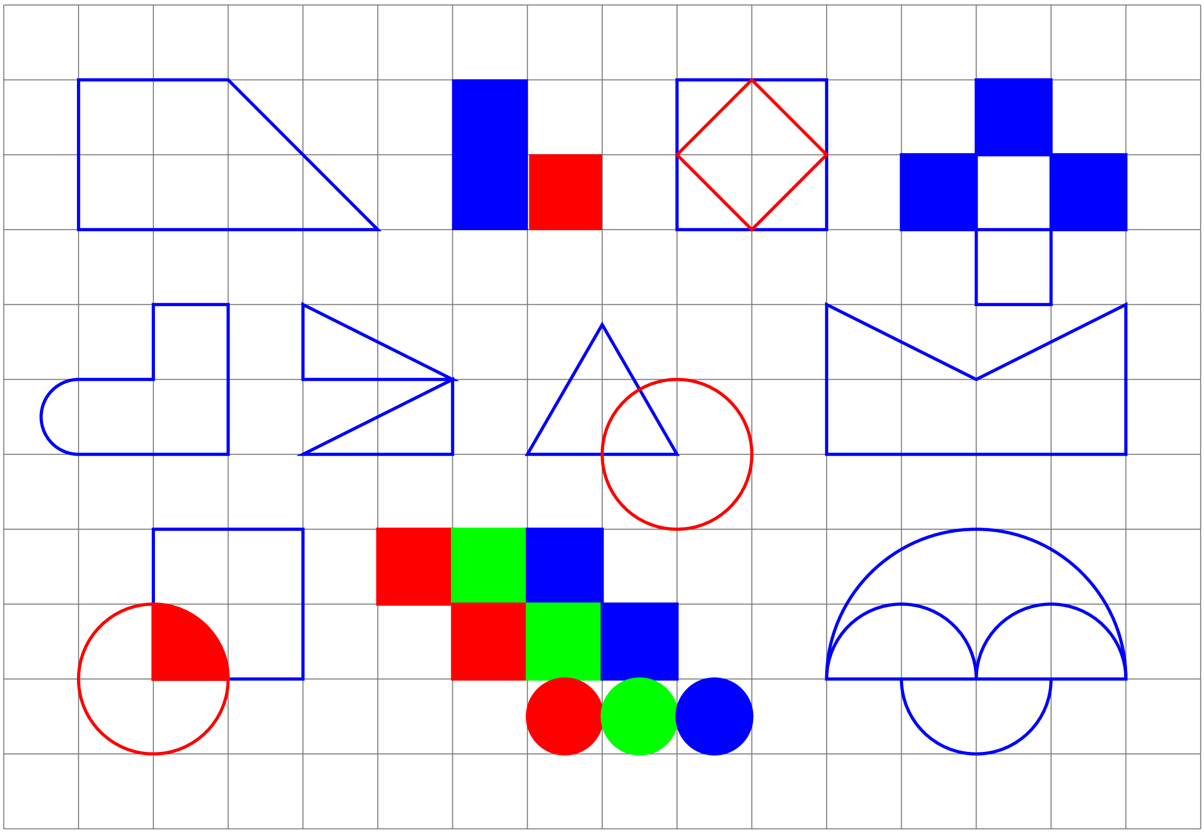
Le jeu se joue en trois phases, du plus facile au plus difficile.

Première phase.
Le programmeur donne ses instructions (qu'il peut répéter). Les dessinateurs peuvent poser des questions, auxquelles le programmeur répond par oui ou non uniquement. Le programmeur peut voir ce qui est dessiné, mais ne peut rien montrer.
Quand tout le monde a fini son dessin, on compare avec le modèle. Puis on passe à un autre dessin.
Indications. Le programmeur doit être le plus clair et le plus précis possible ! Il peut s'aider du quadrillage.

Deuxième phase.
Le programmeur ne voit plus ce que font les dessinateurs. Il répond par oui ou non aux questions.

Troisième phase.
Le programmeur ne voit toujours pas ce que font les dessinateurs mais en plus il ne répond plus aux questions.

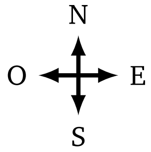
Idées de dessins à tracer.



Activité 2.
Je me déplace sur des cases en suivant des instructions Nord, Sud, Est, Ouest. Pour savoir quelle sera la case suivante, je regarde l'instruction écrite dans la case où je me trouve :

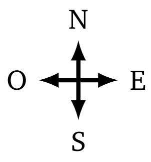
- si je suis sur une case **N**, ma prochaine case sera celle située juste au Nord de ma case actuelle,
- si je suis sur une case **S**, je me déplacerai d'une case vers le Sud,
- pour un case **E**, je me déplacerai vers l'Est,
- pour une case **O**, je me déplacerai vers l'Ouest.

1. (a) Je pars de la case A1 (en bas à gauche) et je suis les instructions. Je m'arrête lorsqu'une instruction m'amène à me déplacer sur une case qui n'est pas dans la grille. Quelle sera la position de ma dernière case dans la grille ? (Le début du chemin est déjà tracé.)



6	**S**	**N**	**E**	**E**	**E**	**S**
5	**O**	**O**	**N**	**O**	**N**	**S**
4	**E**	**E**	**S**	**N**	**N**	**S**
3	**N**	**S**	**S**	**N**	**S**	**E**
2	**N**	**E**	**E**	**N**	**O**	**N**
1	**N**	**S**	**O**	**O**	**E**	**N**
	A	B	C	D	E	F

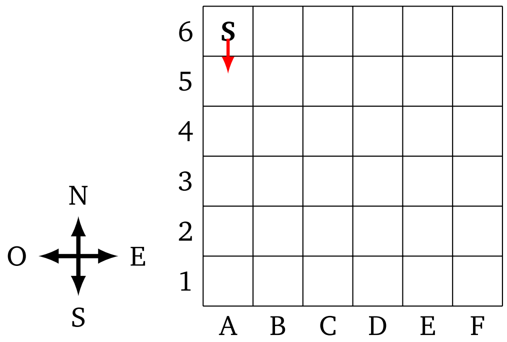
(b) Je repars de la case E1 sur cette nouvelle grille. Où vais-je arriver ?



6	**E**	**E**	**E**	**E**	**S**	**S**
5	**N**	**S**	**N**	**O**	**E**	**E**
4	**E**	**E**	**N**	**E**	**E**	**S**
3	**N**	**E**	**N**	**O**	**N**	**S**
2	**N**	**N**	**O**	**O**	**S**	**E**
1	**S**	**E**	**O**	**N**	**O**	**N**
	A	B	C	D	E	F

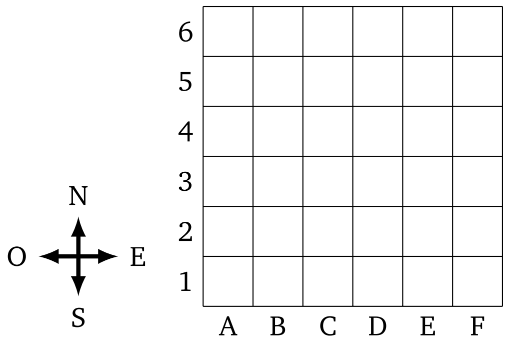
2. (a) Je pars de la case A6 et je suis les instructions suivantes. Quelle sera la case d'arrivée ?

S E S E E N E E S S S O O S



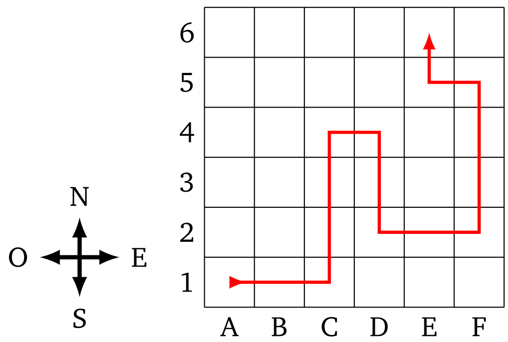
(b) Même question en partant de la case D4 avec les instructions :

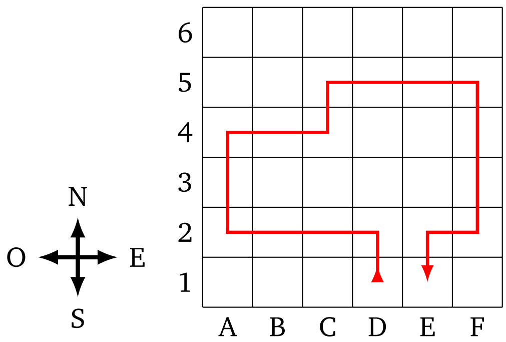
O N N E E E S S S O S O O O N



3. (a) Écris les instructions qui permettent de parcourir le chemin tracé de la case A1 à la case E6 (figure de gauche ci-dessous).

(b) Idem pour le chemin de la case D1 à E1 (figure de droite ci-dessous).





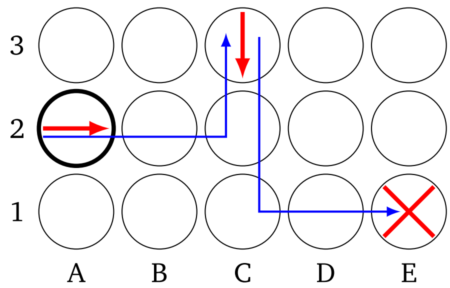
Activité 3.

On organise une chasse au trésor. On part d'une case avec une flèche et on suit des instructions :

- **A** pour avancer d'une case (dans la direction de la flèche),
- **D** pour se déplacer d'une case vers la droite,
- **G** pour se déplacer d'une case vers la gauche.

Voici un exemple pour trouver le trésor :

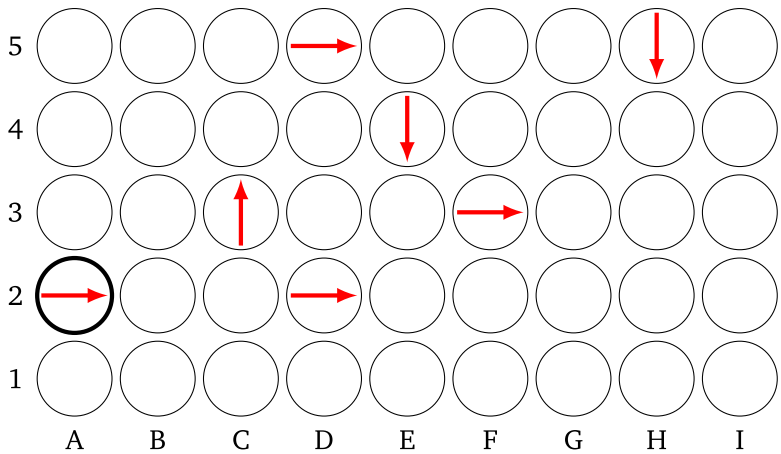
- on démarre de la case A2, avec une flèche qui pointe vers la droite,
- premier bloc d'instructions **AAG** : on avance de deux cases (dans la direction indiquée par la flèche), puis on se déplace d'une case vers la gauche (toujours par rapport à la flèche). On se retrouve donc sur la case C3.
- second bloc d'instructions **AAGG** : on avance de deux cases (dans la direction de la flèche de la case C3), puis deux cases vers la gauche. Le trésor se trouve donc en case E1.



1. On part de la case A2 et on suit les instructions :

   AAG AAD AD AAD AAG AAGG AAG

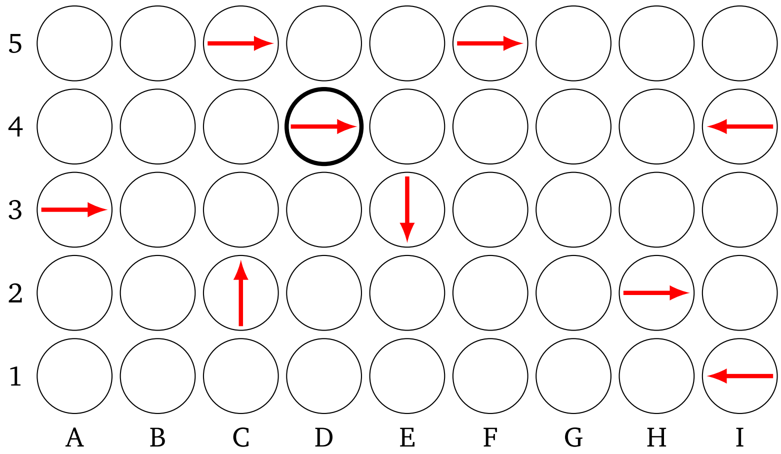
   Où est le trésor ?



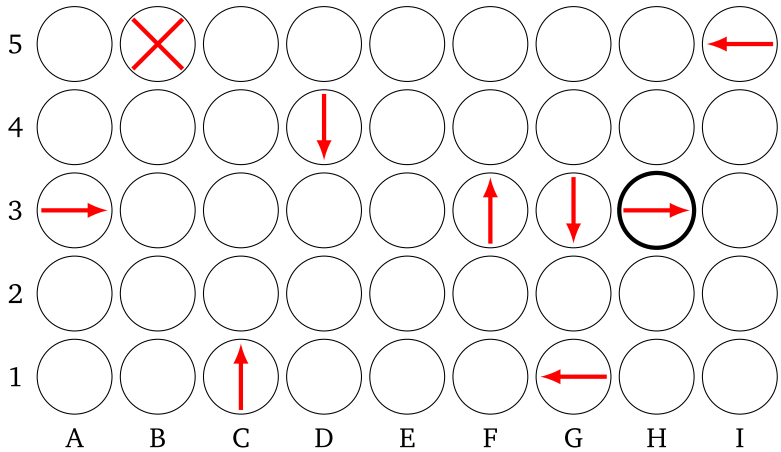
2. On part de la case D4 et on suit les instructions :

   AD ADD AGG AAGG AAA AAAD AGG AD AAD

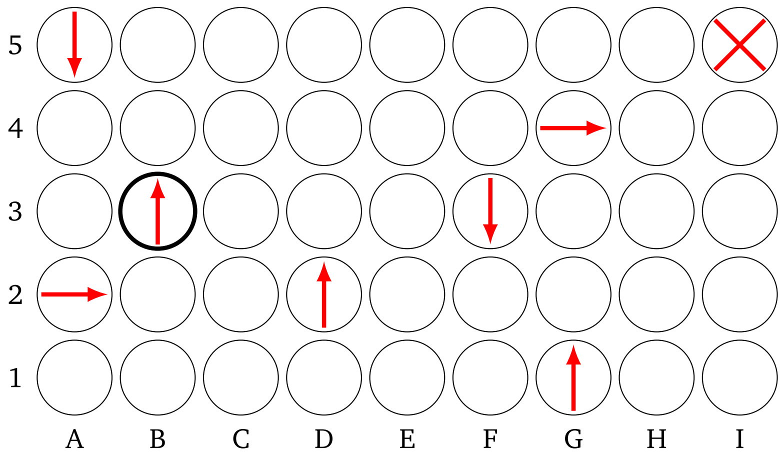
   Où est le trésor ?



3. Partant de la case H3, trouve des instructions qui mènent au trésor en B5. Attention ! chaque instruction ne peut pas contenir plus de 4 lettres (par exemple **AG**, **AAAG**, **AAGG** sont autorisées, mais pas **AAAGG**).



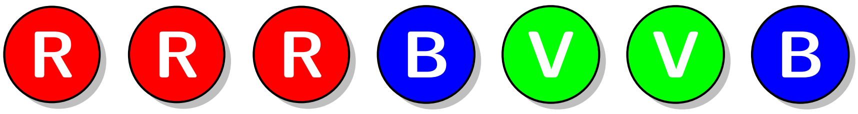
4. Même question en partant de la case B3 pour atteindre le trésor en I5.



Feuille 2

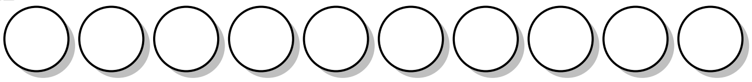
Répéter

Activité 1.
Une suite de couleurs est codée par ses initiales : **R** pour rouge, **V** pour vert, **B** pour bleu. S'il y a 2 rouge à suivre on écrit **2R** au lieu de **R R**, s'il y a 3 bleu on note **3B**.
Voici un exemple :

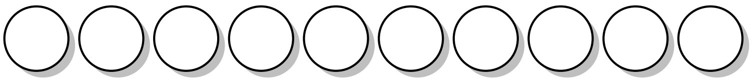


Cette suite peut se coder **R R R B V V B** ou plus simplement **3R 1B 2V 1B**, pour 3 rouge, 1 bleu, 2 vert, 1 bleu.

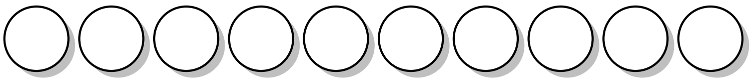
1. Colorie les bulles en suivant le code :
   - **2B 2V 3R 1V 2B**



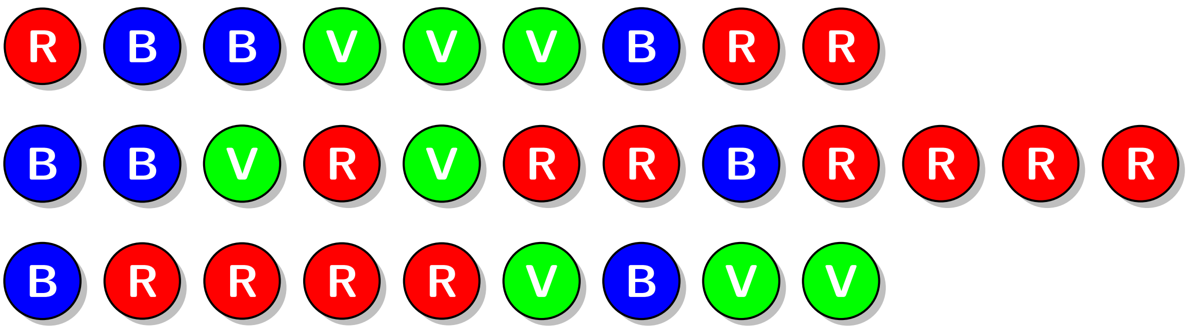
   - **2V 4B 3V 1R**



   - **5B 1V 4R**

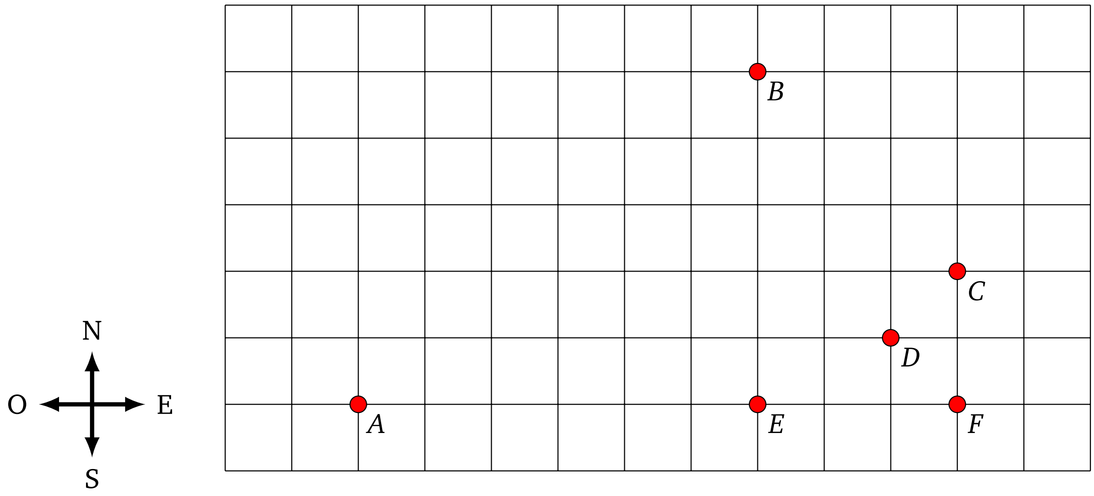


2. Trouve le code des suites de couleurs. Quand deux couleurs se suivent, utilise notre raccourci !

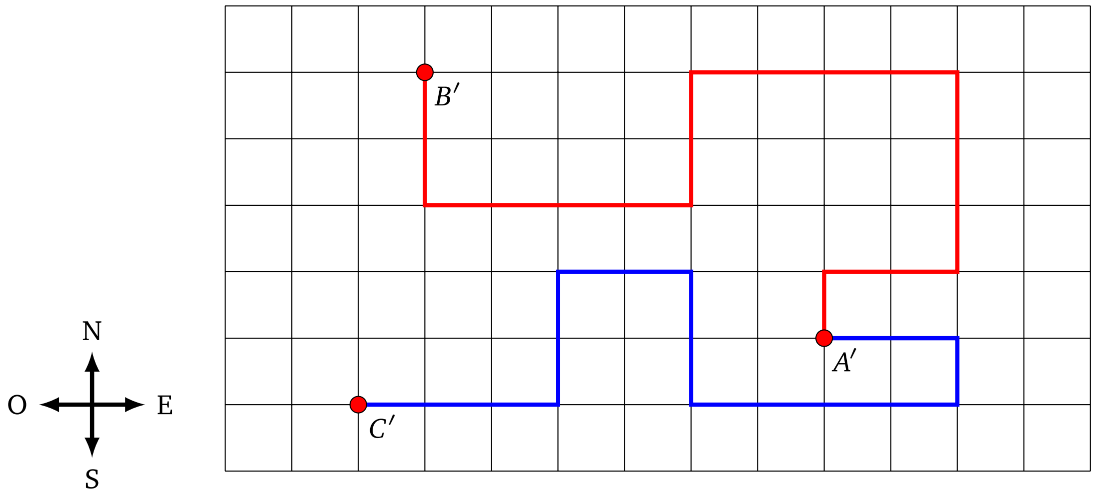


Activité 2.
Les directions sont codées suivant leur initiale : **N** pour nord, **S** pour sud, **E** pour est, **O** pour ouest. Si je fais deux pas de suite vers le nord, on écrit **2N** au lieu de **N N**. Si je fais cinq pas vers l'ouest, on écrit **5O**.

1. Je pars du point A et j'avance suivant le code **3E 1N 2O 2N 7E 2S**. Trace mon chemin. À quel point suis-je arrivé ?
2. Je repars du point A avec le code **1O 4N 6E 2N 2E 2S 2E 2S**. Trace mon chemin et dis-moi où j'arrive.

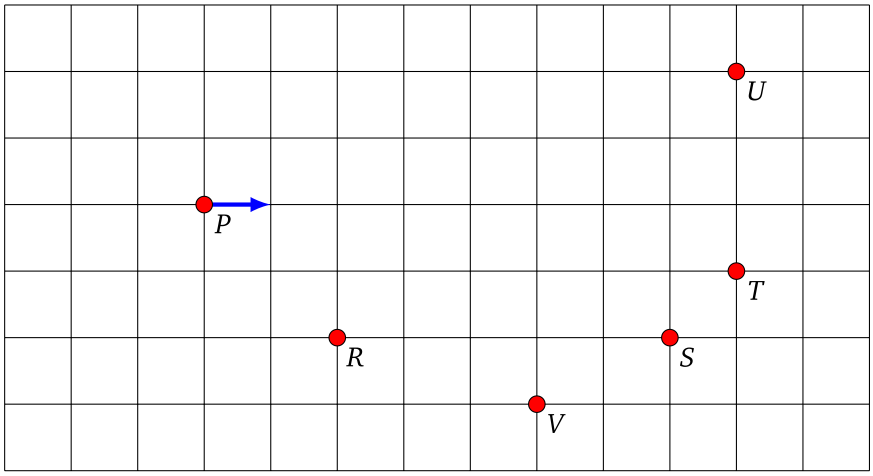


3. Écris le code du chemin allant du point A' au point B', puis celui du point A' au point C'.

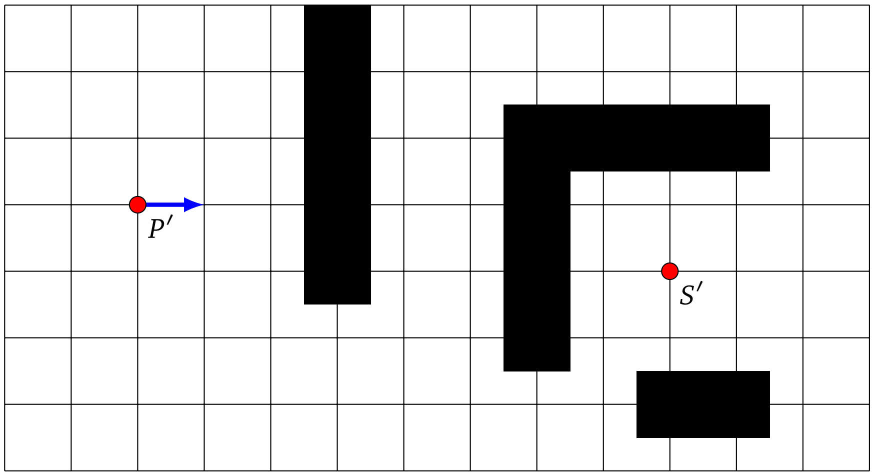


Activité 3.
Mon chemin est codé selon les instructions suivantes : **1A** pour avancer d'un pas, **2A** pour avancer de deux pas, **3A** pour trois pas... **G** m'indique de pivoter sur la gauche *sans avancer* et **D** m'indique de pivoter sur la droite *sans avancer*. Par exemple, **3A G 2A D 2A** m'indique que je dois avancer de trois pas, pivoter sur la gauche, avancer de deux pas puis pivoter sur la droite et enfin avancer de deux pas.

1. Je pars du point P en regardant dans la direction de la flèche et j'avance suivant les instructions **3A G 1A D 2A D 2A G 3A**. Trace mon chemin. À quel point suis-je arrivé ?
2. Je repars du point P avec les instructions **1A D 3A G 2A G 1A D 2A D 1A**. Trace mon chemin et dis-moi où j'arrive.



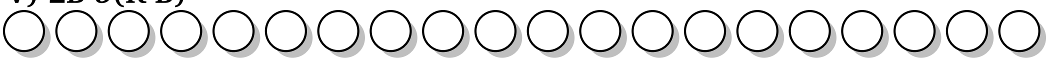
3. Écris le code d'un chemin qui part du point P' et arrive au point S' sans passer par les cases noires (plusieurs chemins sont possibles !). Est-il possible de trouver un chemin sans jamais tourner à droite ?

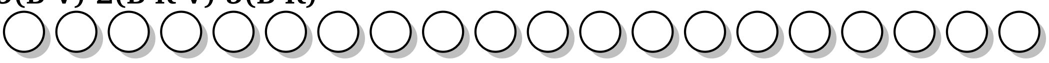


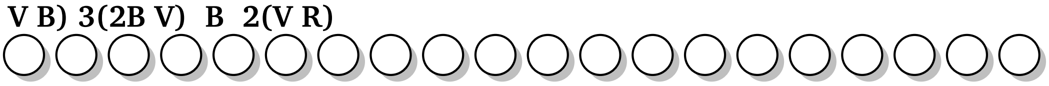
Activité 4.

Une couleur est codée par son initiale : **R** pour rouge, **V** pour vert, **B** pour bleu. Comme précédemment, s'il y a 2 rouge à suivre on écrit **2R** au lieu de **R R**, s'il y a 3 bleu on note **3B**. Voici un motif avec des répétitions : **R V R V R V** que l'on code par **3(R V)**, c'est-à-dire que l'on répète trois fois le motif **R V**. Voici un autre motif avec des répétitions : **2R B 2R B 2R B** que l'on code par **3(2R B)**, c'est-à-dire que l'on répète trois fois le motif **R R B**.

1. Colorie les bulles en suivant le code :
   - **4(B V) 2B 5(R B)**

     
   - **2R 3(B V) 2(B R V) 3(B R)**

     
   - **2(R V B) 3(2B V) B 2(V R)**

     
2. Trouve le code des suites de couleurs suivantes. Quand des motifs se répètent, utilise notre raccourci !

R B R B V R V R V R

B B V B B V B B B V R V R V

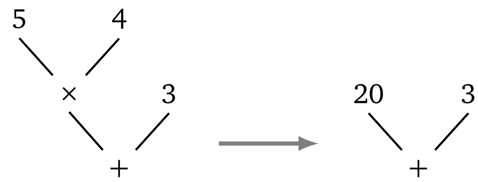
B R V B R V R B R B R B R B R

Feuille 3

Opérations algébriques I

On représente les calculs par des arbres :

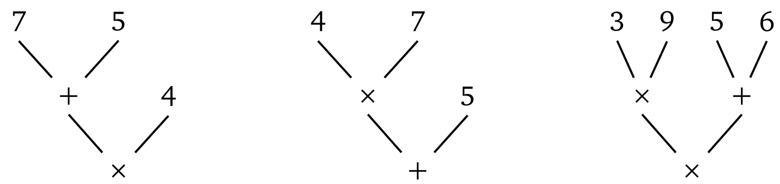
Par exemple, l'arbre de gauche représente l'opération $2+3$, alors que l'arbre de droite représente l'opération $5-4$.
Pour un arbre plus grand, on effectue les opérations en partant du haut.

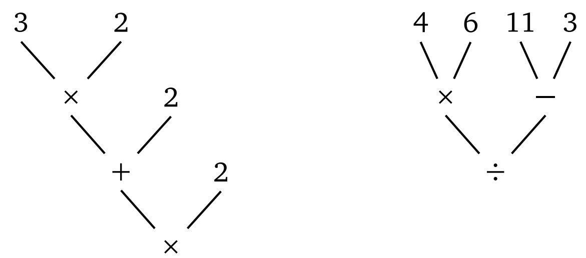


Par exemple, pour effectuer le calcul de l'arbre de gauche, on commence par faire le calcul de 5×4, ce qui donne l'arbre de droite. Il reste à calculer $20+3$. L'arbre de droite représente donc le calcul $5 \times 4 + 3$. Le résultat est donc 23.

Activité 1.

1. Effectue les calculs suivants (si possible de tête).



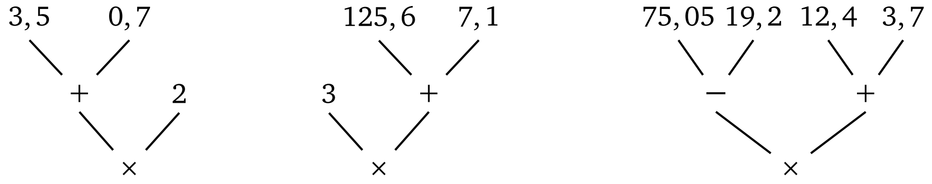


2. Représente sous forme d'un arbre les expressions suivantes (et calcule le résultat).

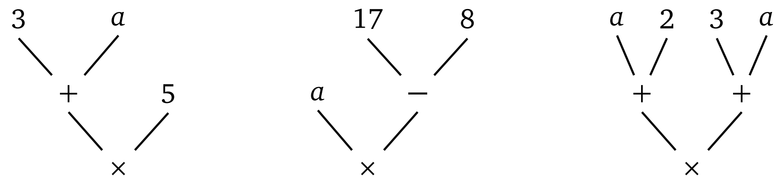
$12 \times 7 + 9 \qquad 12 + (3 - 5) \qquad 8 \times (7 + 5) \qquad 8 \times 7 + 8 \times 5 \qquad (6 \times 8) \div (13 - 9)$

Activité 2 (niveau 5e et plus).

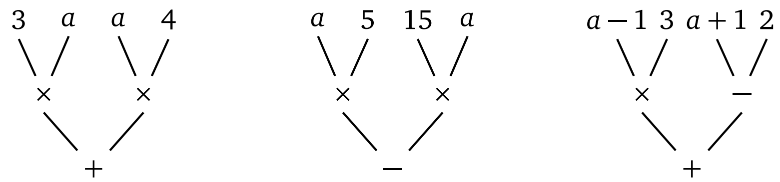
1. Effectue les calculs suivants.



2. Écris pour chaque arbre l'expression algébrique correspondante, puis développe-la.

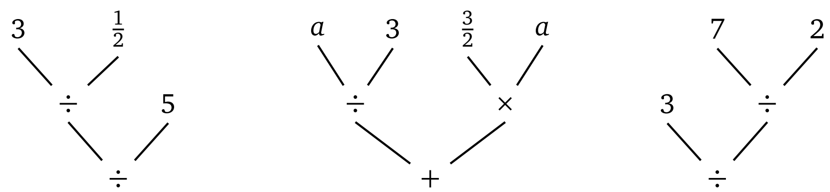


3. Écris pour chaque arbre l'expression algébrique correspondante, puis développe-la.



Activité 3 (niveau 4e et plus).

1. Effectue les calculs suivants.

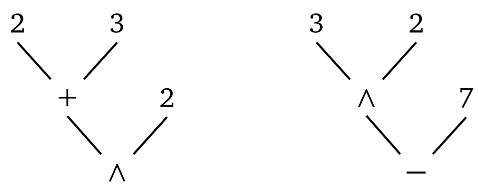


2. Écris pour chacune des expressions algébriques l'arbre correspondant et effectue les calculs.

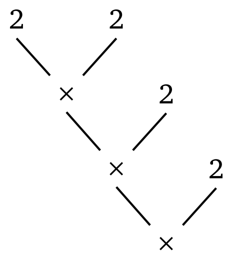
$$\frac{7}{4} + \frac{8}{3} \qquad \frac{7+8}{12 \times 5} \qquad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{4}} \qquad \frac{2 + \frac{2}{7}}{\frac{1}{4} - 9}$$

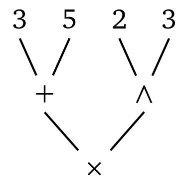
Activité 4 (niveau 3e et plus).
On note $a \wedge 2$ pour $a \times a$, on note $a \wedge 3$ pour $a \times a \times a$, on note $a \wedge 4$ pour $a \times a \times a \times a$...

1. Effectue les calculs suivants.



2. Simplifie les expressions suivantes (exprimées sous forme d'arbre) à l'aide de la notation « $\wedge$ ».





3. (a) Écris l'arbre de $(a+b)^2$ et de son développement.
   (b) Écris l'arbre de $(a-b)^2$ et de son développement.
   (c) Écris l'arbre de $(a+b)(a-b)$ et de son développement.

Activité 5.

- L'expression $x \leftarrow 2$, signifie que la variable x prend la valeur 2.
- Si, ensuite, on rencontre l'instruction $x \leftarrow x+1$, cela signifie que la nouvelle valeur de x est l'ancienne valeur de x plus 1. Comme ici x valait d'abord 2, alors après l'instruction $x \leftarrow x+1$, la nouvelle valeur de x est 3.
- Si on exécute encore une fois l'instruction $x \leftarrow x+1$, alors x vaudra 4.

1. Calcule la valeur finale de x.
   (a)
   - $x \leftarrow 3$
   - $x \leftarrow x-1$
   - $x \leftarrow x+3$

   (b)
   - $x \leftarrow 3$
   - $x \leftarrow 3 \times x$
   - $x \leftarrow x+1$

   (c)
   - $x \leftarrow 3$
   - $x \leftarrow x+1$
   - $x \leftarrow 3 \times x$

   (d)
   - $x \leftarrow 3$
   - $x \leftarrow 7-x$
   - $x \leftarrow x \times x$
2. Recommence les calculs en partant de l'instruction $x \leftarrow 4$ (au lieu de $x \leftarrow 3$).
3. Calcule la valeur de finale de x.
   (a)
   - $a \leftarrow 5$
   - $b \leftarrow 7$
   - $x \leftarrow a+b$
   - $x \leftarrow x+1$

   (b)
   - $a \leftarrow 5$
   - $b \leftarrow 7$
   - $x \leftarrow a \times b$
   - $x \leftarrow x+a$

(c)
- $a \leftarrow 5$
- $b \leftarrow 7$
- $x \leftarrow a \times (2 \times b - a)$
- $x \leftarrow 3 \times x + b$

4. Recommence les calculs en partant des instructions $a \leftarrow 4$ et $b \leftarrow 9$ (au lieu de $a \leftarrow 5$ et $b \leftarrow 7$).

Activité 6.
Tu as deux variables a et b. Tu dois mettre le contenu de la variable b dans la variable a et celui de la variable a dans la variable b.
Par exemple partant de $a \leftarrow 5$ et $b \leftarrow 7$, on veut qu'à la fin des instructions, la variable a contienne 7 et la variable b 5. Bien sûr, la façon de procéder ne doit pas dépendre des valeurs initiales données à a et b, dans l'exemple 5 et 7.

1. Pourquoi la suite d'instructions suivantes ne convient-elle pas ?
   - $a \leftarrow 5$
   - $b \leftarrow 7$
   - $a \leftarrow b$
   - $b \leftarrow a$
2. Cherche une méthode qui fonctionne !

Feuille 4

Vrai et faux

Dans de nombreuses situations il n'y a que deux choix possibles : Vrai/Faux, Allumé/Éteint, Ouvert/-Fermé... C'est particulièrement le cas en informatique avec le choix zéro ou un.

Activité 1.

1. *Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Si par exemple on définit $x = 2$, alors « $x < 3$ » est une affirmation vraie, alors que « $x + 2 = 5$ » est une affirmation fausse.*

   Pour $x = 2$, les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

   (a) « $x - 1 > 3$ »

   (b) « $3 < x \times x$ »

   (c) « $3 \times x$ est un nombre impair »

2. *Une affirmation avec un « ou » est vraie dès que l'une des propositions de chaque côté du « ou » est vraie. Par exemple, pour $x = 10$, l'affirmation « $x > 5$ ou $2 \times x < 13$ » en vraie. En effet, la proposition de gauche de cette affirmation « $x > 5$ » est vraie (peu importe qu la proposition de droite « $2 \times x < 13$ » soit fausse).*

   L'affirmation suivante, avec $x = 2$, est-elle vraie : « $x > 5$ ou $2 \times x < 13$ » ?

3. *Une affirmation avec un « et » est vraie lorsque les deux propositions de chaque côté du « et » sont vraies. Par exemple, pour $x = 10$, l'affirmation « $x > 5$ et $2 \times x < 13$ » en fausse. En effet, la proposition de gauche de cette affirmation « $x > 5$ » est vraie, mais comme la proposition de droite « $2 \times x < 13$ » est fausse, alors l'affirmation avec un « et » est fausse.*

   L'affirmation suivante, avec $x = 2$, est-elle vraie : « $x > 5$ et $2 \times x < 13$ » ?

4. Reprends les trois questions précédentes avec $x = 6$. Puis avec $x = 7$.

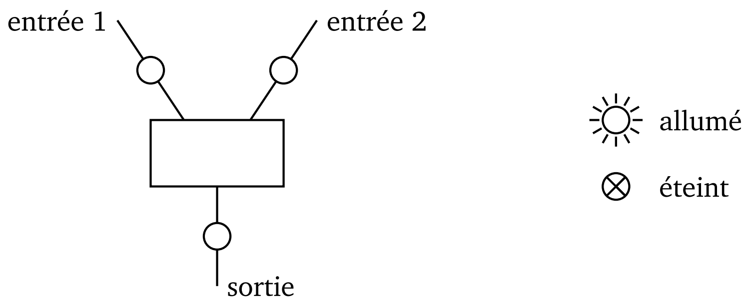
5. (a) Trouve tous les x entiers positifs qui vérifient l'affirmation « $3 \times x + 4 < 21$ ».

   (b) Trouve tous les x entiers positifs qui vérifient l'affirmation « x est impair et $x \times (x + 1) < 43$ ».

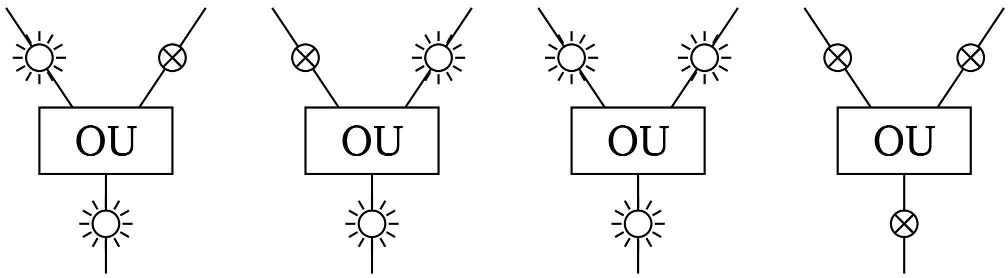
   (c) Trouve tous les x entiers positifs qui vérifient l'affirmation « $x \times x < 5$ ou $x > 10$ ».

Activité 2.

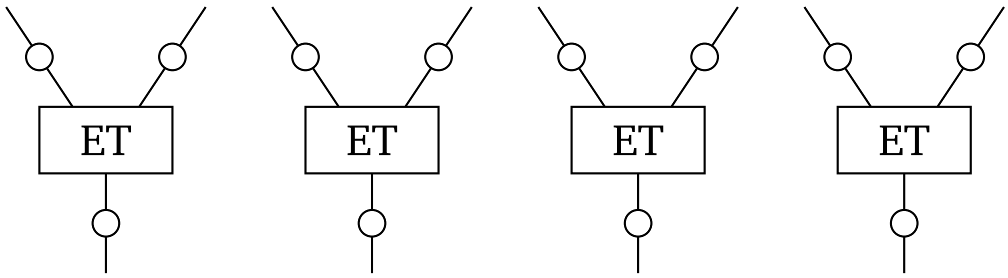
On construit des circuits électriques qui allument ou éteignent des lampes. Le circuit se lit de haut en bas et comporte des portes logiques.



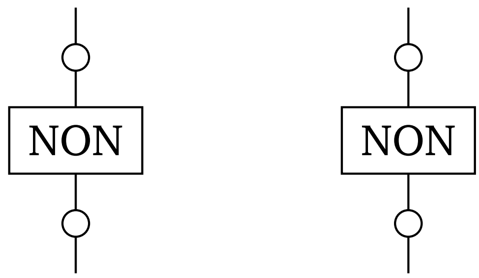
1. **La porte « OU ».** Si une des deux lampes en entrée est allumée alors la lampe en sortie s'allume. Il en est de même lorsque les deux lampes en entrée sont allumées. Si les deux lampes en entrée sont éteintes, alors la lampe en sortie reste éteinte. Voici les 4 situations possibles pour la porte « OU ».



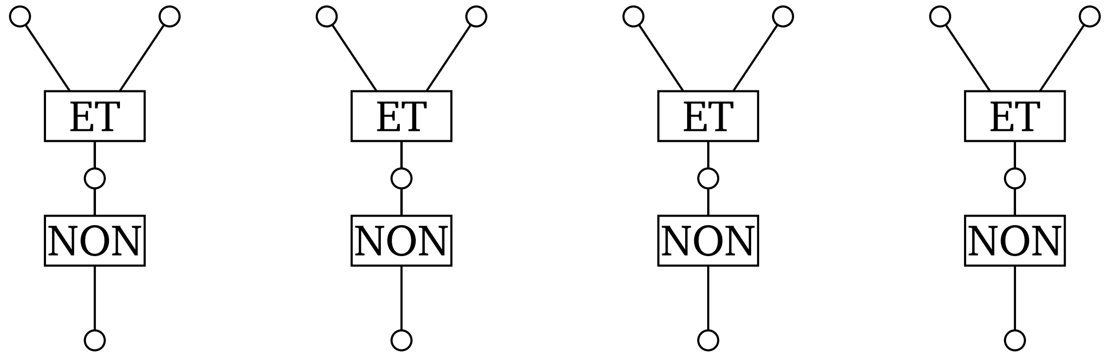
2. **La porte « ET ».** Si les deux lampes en entrée de la porte sont allumées, alors la lampe en sortie s'allume. Dans tous les autres cas, la lampe en sortie reste éteinte. Dessine les 4 situations possibles pour la porte « ET ».

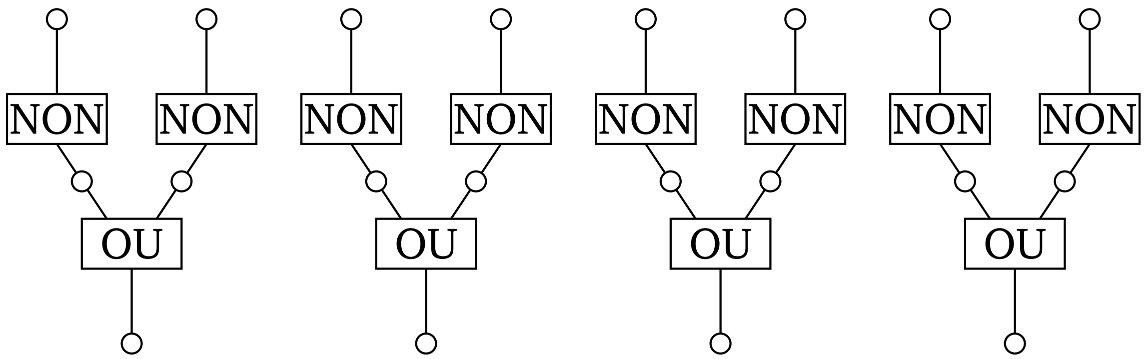


3. **La porte « NON »** n'a qu'une seule entrée. Si la lampe en entrée est allumée, alors la lampe en sortie est éteinte ; si la lampe en entrée est éteinte, alors la lampe en sortie est allumée. Dessine les 2 situations possibles pour la porte « NON ».

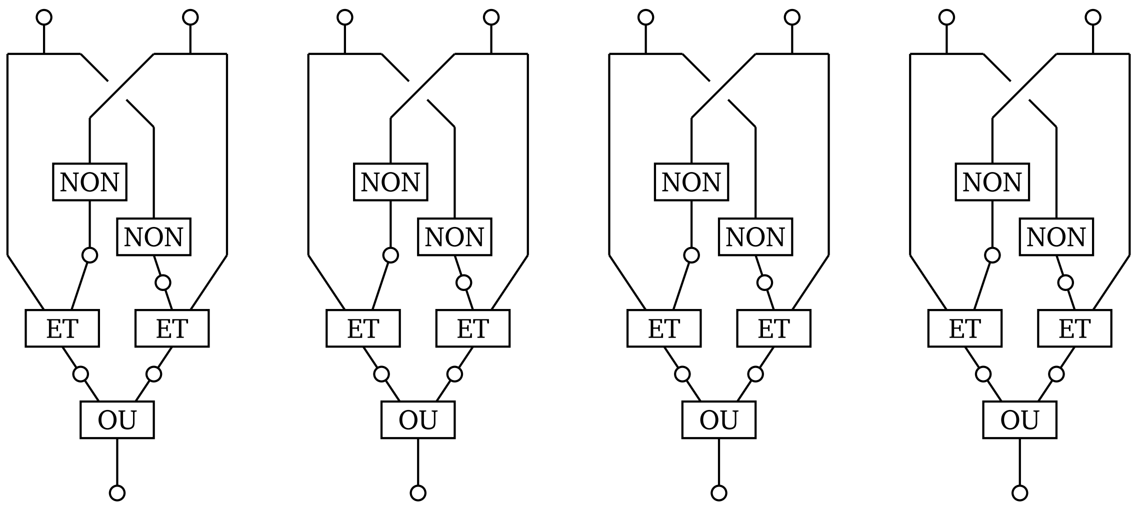


4. Dessine les 4 situations possibles pour chacun des deux circuits ci-dessous. Il y a deux lampes en entrée (en haut) et une lampe en sortie (en bas). Que remarques-tu ?

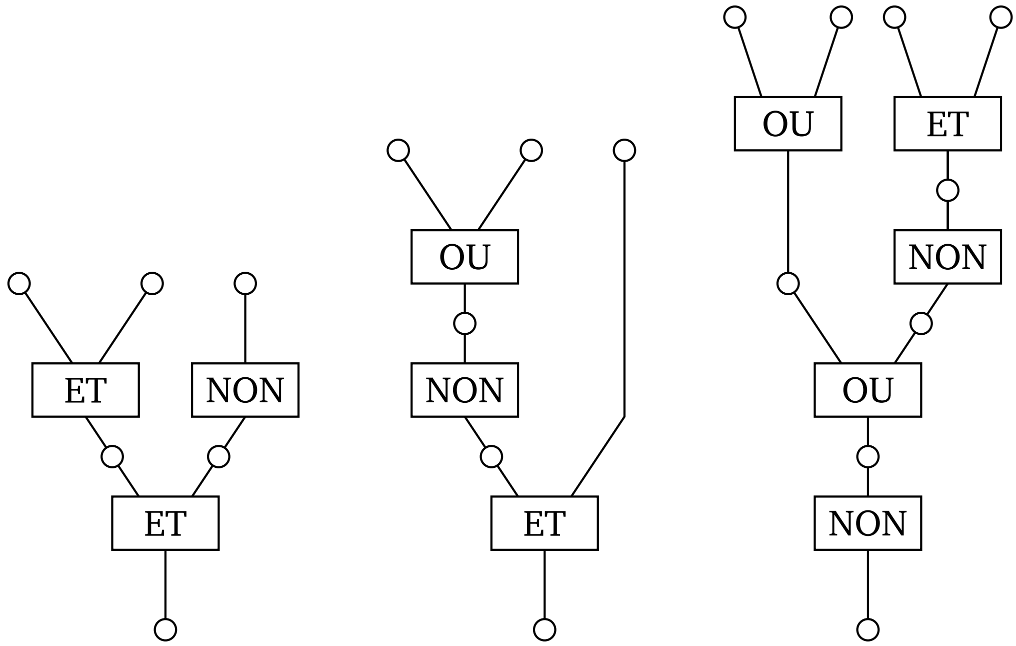




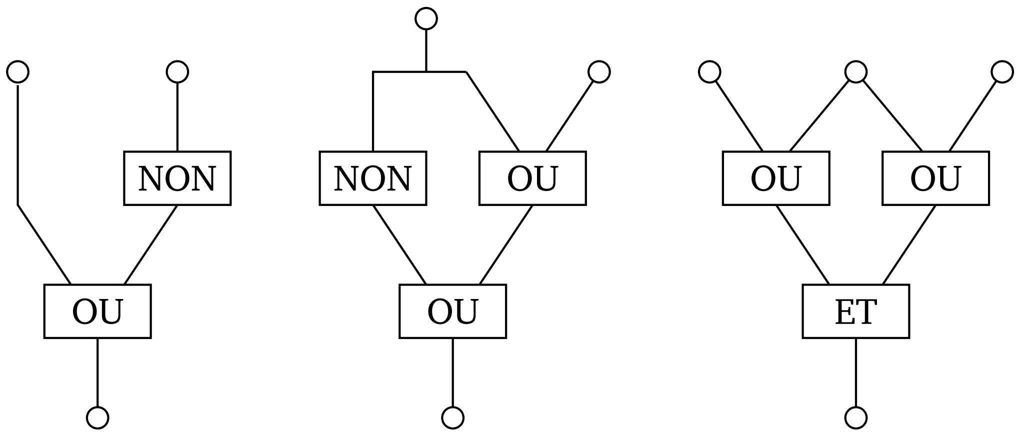
5. Dessine les 4 situations possibles pour le circuit ci-dessous. Ce circuit correspond au « OU EXCLUSIF » (celui de l'expression « fromage ou dessert », soit le fromage, soit le dessert, mais pas les deux !).



6. Pour chaque circuit ci-dessous, il y a une seule façon d'allumer la lampe tout en bas. Sais-tu correctement allumer les lampes en entrée pour cela ?



7. Pour chaque circuit ci-dessous, trouve les différentes positions possibles des lampes qu'il faut allumer en entrée afin d'allumer la lampe en sortie.



Activité 3.

1. **Addition binaire sans retenue.**

   On définit les nombres binaires comme une suite de 0 et de 1 (par exemple 1.0.0 ce n'est pas « cent » mais 1, suivi de 0, suivi de 0). On choisit de calculer la *somme* de deux nombres binaires de même longueur avec la règle suivante :

   - $0 \oplus 0 = 0$
   - $1 \oplus 0 = 1$
   - $0 \oplus 1 = 1$
   - et plus surprenant $1 \oplus 1 = 0$
   - enfin les additions se font sans retenue.

   Voici un exemple : $1.0.0 \oplus 0.1.0 = 1.1.0$ (c'est l'addition posée à gauche ci-dessous). Autre exemple $0.1.1 \oplus 1.1.0 = 1.0.1$ (à droite ci-dessous).

$$\begin{array}{rr} & 1.0.0 \\ \oplus & 0.1.0 \\ \hline & 1.1.0 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 0.1.1 \\ \oplus & 1.1.0 \\ \hline & 1.0.1 \end{array}$$

(a) Effectue les additions suivantes : $1.0 \oplus 0.1$; puis $1.1 \oplus 1.0$; puis $1.1.0 \oplus 0.1.1$; puis $1.0.1.0.1.1 \oplus 1.1.1.1.1.0$.

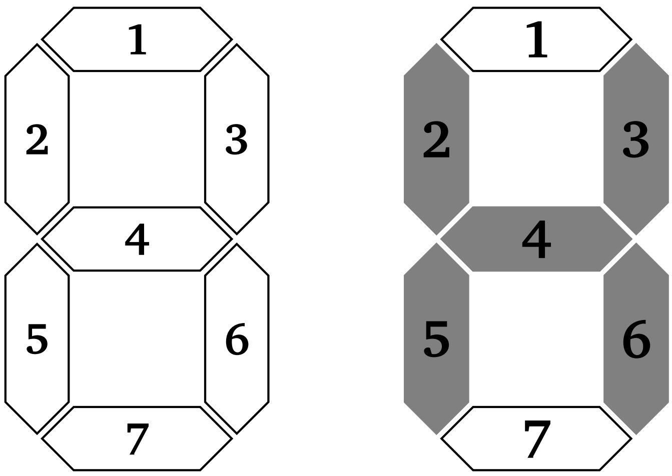
(b) Trouve les nombres binaires qui conviennent pour avoir $1.0.1 \oplus ?.?.? = 0.0.1$. Puis $1.0.1.0 \oplus ?.?.?.? = 1.1.0.1$.

(c) Prends un nombre au hasard (par exemple $b = 1.0.1.0.0$). Calcule $b \oplus b$. Que constates-tu ? Prends un autre nombre et recommence le calcul. Que conjectures-tu ? Prouve ta conjecture, quel que soit le nombre choisi b. Calcule maintenant $b \oplus b \oplus b$.

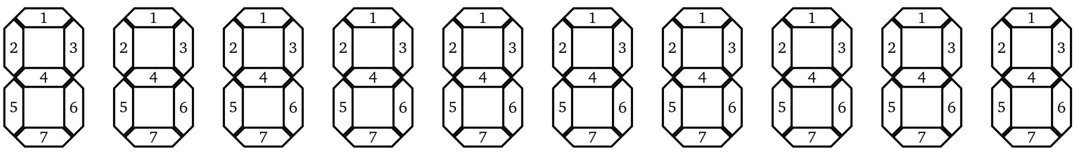
(d) Si b est un nombre binaire fixé (par exemple $b = 1.0.1.0.1$), que fait l'opération $b \oplus 1.1.1.1.1$? (on ajoute le nombre binaire qui n'a que des 1 et qui a le même nombre de chiffres)

2. **Affichage.**

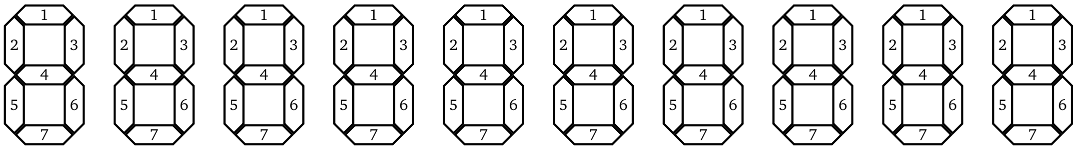
On affiche un caractère en allumant certains segments d'un cadran numérique. On allume (ou pas) ces segments en fonction d'une suite de 0 et de 1 : avec 1, le segment est allumé ; avec 0, il est éteint. Avec une suite de 7 zéro ou un, on décide lesquels des 7 segments il faut allumer. Par exemple 0.1.1.1.1.1.0 nous dit qu'il faut allumer les segments numéros 2, 3, 4, 5 et 6 car on a des 1 en deuxième, troisième, quatrième, cinquième et sixième position. Ce nombre binaire affiche donc sur le cadran la lettre **H**.



(a) Quel mot se cache derrière les trois nombres 1.1.0.1.1.0.0 ; 1.1.0.1.1.0.1 ; 0.1.1.0.1.1.1 ? Quel mot se cache derrière 1.1.1.1.1.0.0 ; 0.0.1.0.0.1.0 ; 0.1.0.0.1.0.1, 1.1.0.1.1.0.1 ?

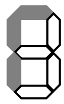


(b) Trouve les nombres liés au mot **SAC** et au mot **LOUP**.



3. **Code secret.**

   Pour s'envoyer des messages secrets, Adèle et Béryl se mettent d'accord sur une clé secrète, par exemple $c = 1.0.1.1.0.1.0$. Pour envoyer un message secret à Béryl, Adèle ajoute la clé secrète à chacune des lettres du message. Par exemple, pour envoyer la lettre **H** sous forme secrète, Adèle transforme d'abord **H** en son écriture binaire $b_H = 0.1.1.1.1.1.0$; ensuite Adèle ajoute la clé secrète, ce qui donne $b_H \oplus c = 1.1.0.0.1.0.0$; elle transmet donc à Béryl le dessin suivant :

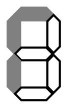
   

   Ce signe ne veut rien dire, sauf pour ceux qui possèdent la clé secrète. Adèle recommence avec chaque lettre du message (et toujours la même clé secrète).

   Aide Adèle à transmettre le message secret **CHAISE** avec la clé secrète $c = 1.0.1.1.0.1.0$.

4. **Déchiffrement.**

   Pour déchiffrer le message reçu, Béryl transforme d'abord les signes en écriture binaire puis lui ajoute la même clé secrète c. Par exemple, si elle a reçu le signe

   qui correspond à $d = 1.1.0.0.1.0.0$, alors Béryl calcule $d \oplus c$, elle trouve $d \oplus c = 0.1.1.1.1.1.0$, ce qui correspond bien au signe de la lettre **H** :

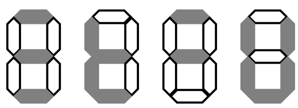
   

   que voulait transmettre Adèle.

   (a) Vérifie le principe du déchiffrement avec le mot secret associé à **CHAISE** à la question précédente.

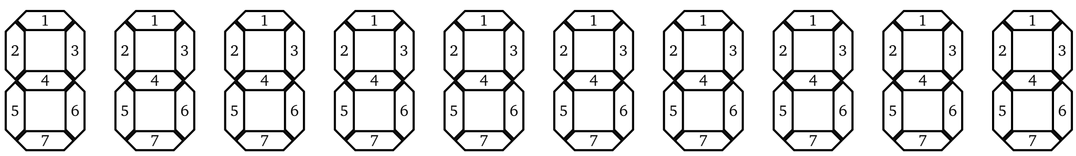
   (b) Explique le principe de chiffrement/déchiffrement en calculant $b \oplus c \oplus c$ (quel que soit b et quel que soit c).

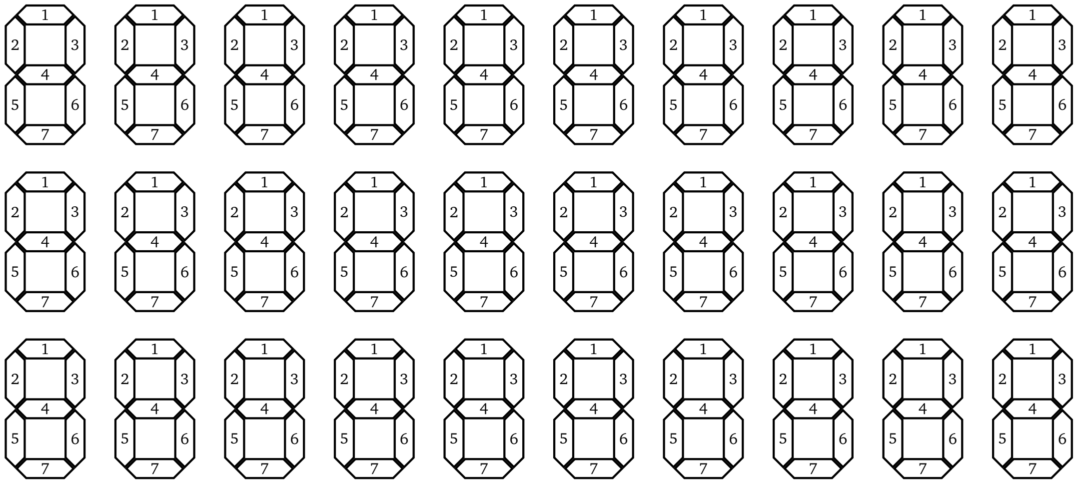
   (c) Béryl reçoit le message suivant qui a été construit avec la même clé secrète qu'auparavant :

   Déchiffre ce message.

   (d) Avec ton voisin, choisissez une clé secrète et envoyez-vous des messages secrets !

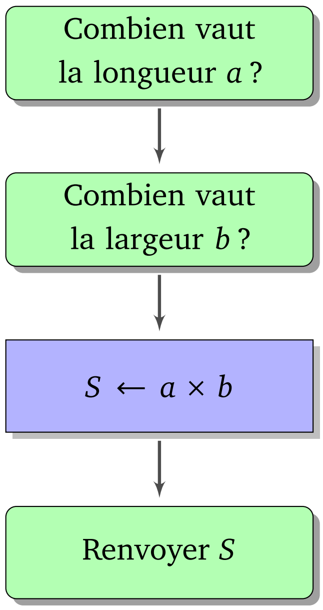




Feuille 5

Opérations algébriques II

Activité 1.
Voici des instructions pour calculer l'aire d'un rectangle.



- On commence par demander la valeur de la longueur,
- puis celle de la largeur,
- on calcule le produit longueur × largeur, on appelle ce résultat S,
- on renvoie ce résultat S qui est la surface voulue.

1. Écrire les instructions qui demandent les dimensions d'un parallélépipède rectangle et calcule son volume.

   Respecte la convention suivante : les boites vertes à coins arrondis sont pour les entrées/sorties, les boites bleues rectangulaires sont pour les commandes.
2. Écrire les instructions pour calculer le volume d'un cube.
3. Même chose pour le volume d'une sphère.
4. Calcule le volume du parallélépipède rectangle dont les dimensions sont a, $a+1$ et $a+3$, où a est une dimension à demander.
5. Calcule le volume d'un cylindre dont la hauteur est le double du rayon de la base.

Activité 2 (Nombres flottants I).

Les puissances de 10.

On rappelle l'écriture des puissances de 10, et on introduit une nouvelle notation :

- $10^2 = 10 \times 10 = 100$ que l'on note aussi $1e2$ (pour 1 suivi de 2 zéros),
- $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ que l'on note aussi $1e3$,
- $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times = 10\,000$ que l'on note aussi $1e4$,
- mais aussi $10^1 = 10$, noté $1e1$,
- et $10^0 = 1$ noté $1e0$.
- $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ noté $1e{-}1$,
- $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ noté $1e{-}2$...

Nombre flottant.

Un nombre flottant est un nombre qui s'écrit en deux parties :

- une première partie, *la mantisse*, qui est un nombre avec un seul chiffre avant la virgule (ce chiffre ne doit pas être 0),
- et une seconde partie, *l'exposant*, commençant par e et suivie d'un entier relatif qui correspond à l'exposant de la puissance de 10.

Le nombre flottant est le produit de la mantisse multiplié par 10 à la puissance l'exposant.

$$\underbrace{1,234}_{\text{mantisse}}\ e\ \underbrace{2}_{\text{exposant}}$$

Exemples :

- $1,234e2$ c'est $1,234 \times 10^2 = 1,234 \times 100$. Autrement dit, c'est le nombre $123,4$ (partant de $1,234$, on décale la virgule de deux positions vers la droite).
- $7,89e-3$ c'est $7,89 \times 10^{-3} = 7,89 \times 1/1000$. Autrement dit, c'est $0,00789$ (partant de $7,89$, on décale la virgule de trois positions vers la gauche).

1. Écris les nombres flottants suivants en écriture décimale.
   (a) $7,8914e3$
   (b) $7,8e-2$
   (c) $1,2066e5$
   (d) $3,14e-1$
2. Écris les nombres suivant sous la forme de nombre flottants (attention le premier chiffre de la mantisse ne doit pas être 0).
   (a) $21,57$
   (b) 71660
   (c) $0,00625$
   (d) $718,2$
   (e) $0,00005$
3. Calcule les nombres suivants. Écris le résultat sous la forme décimale et sous la forme d'un nombre flottant.
   (a) $30,75 + 4,699$
   (b) $4,101 + 3,02 + 5,757$
   (c) $3 \times (1,157e2)$

Activité 3 (Nombres flottants II).
Lorsqu'il est stocké dans la mémoire d'un ordinateur, un nombre flottant ne comporte qu'un nombre fixé de chiffres. Par exemple 10 chiffres pour une calculatrice. Dans cet exercice, on travaille avec une mini-calculatrice qui ne prend seulement en compte que 4 chiffres pour la mantisse (1 chiffre avant la virgule, 3 chiffres après).
Par exemple si $x = 12,345$ alors ce nombre est stocké dans la mini-calculatrice sous la forme $nf(x) = 1,234e1$. Note que le 5 n'est plus présent.
Comme les nombres sont stockés avec un nombre limité de chiffres, cela peut engendrer, comme dans l'exemple précédent, des erreurs de calculs.

1. **Erreurs d'arrondi.**
   Soient $a = 1201,3$; $b = 2201,4$; $c = 3201,5$.
   (a) Calcule $x = a + b + c$ et calcule le nombre flottant associé $nf(x)$.
   (b) Calcule les nombres flottants $nf(a)$, $nf(b)$, $nf(c)$ associés à a, b, c (avec 4 chiffres pour la mantisse). La mini-calculatrice calcule $nf(a) + nf(b) + nf(c)$.
   (c) Explique la différence entre $nf(x)$ et $nf(a) + nf(b) + nf(c)$.

   Analogie. *Si, lors des courses, on oublie de payer les centimes pour chaque article d'un ticket, à la fin, l'erreur totale peut être de plusieurs euros.*
2. **Phénomène d'absorption.**
   Soient $a = 7564$; $b = 0,1569$.
   (a) Calcule $nf(a)$ et $nf(b)$, les nombres flottants associés à a et b puis $nf(a) + nf(b)$.
   (b) Calcule $a + b$, et calcule le nombre flottant $nf(a + b)$ associé.
   (c) Explique la différence.

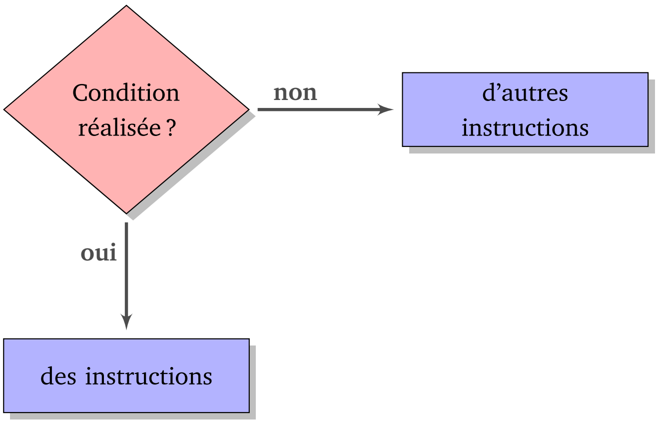
   Analogie. *On peut mesurer le volume d'une piscine et aussi celui d'un verre d'eau. Mais si on verse le verre d'eau dans la piscine, le changement de volume n'est pas perceptible.*
3. **Phénomène d'élimination.**
   Soient $a = 65,2837$ et $b = 65,1258$.
   (a) Calcule $nf(a)$ et $nf(b)$.
   (b) Calcule $a - b$ et $nf(a - b)$.
   (c) Au lieu de calculer $a - b$, la mini-calculatrice calcule d'abord $nf(a) - nf(b)$. Explique la différence avec $nf(a - b)$.

   Analogie. *On transvase l'eau d'une piscine dans un bassin qui a presque la même taille. Il est difficile de savoir s'il va y avoir trop ou pas assez d'eau.*

Feuille 6

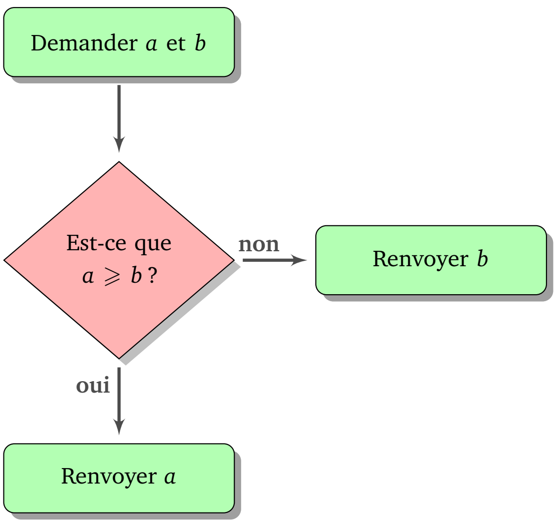
Si... alors...

Le test *si... alors... sinon ...* permet d'exécuter des instructions différentes suivant la réalisation ou non d'une condition.
On schématise ce test par un diagramme avec un losange (à gauche) ; on peut aussi écrire les instructions ligne par ligne (à droite).



Si la condition est réalisée, alors :
    on effectue des instructions
sinon :
    on effectue d'autres instructions

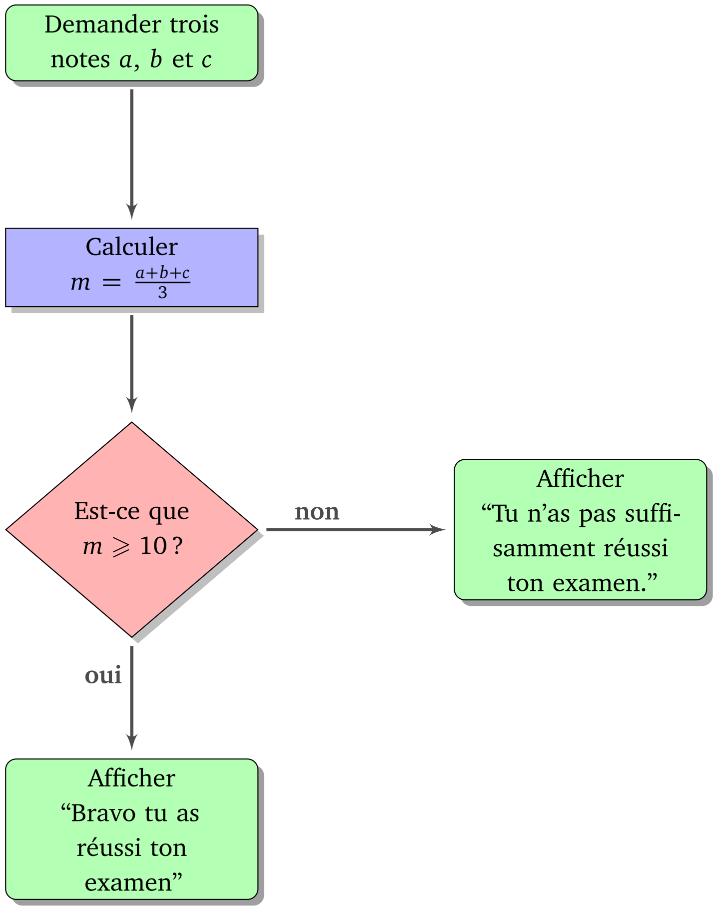
Par exemple : voici des instructions qui, à partir des nombres a et b, testent si a est supérieur ou égal à b, et renvoient le plus grand.



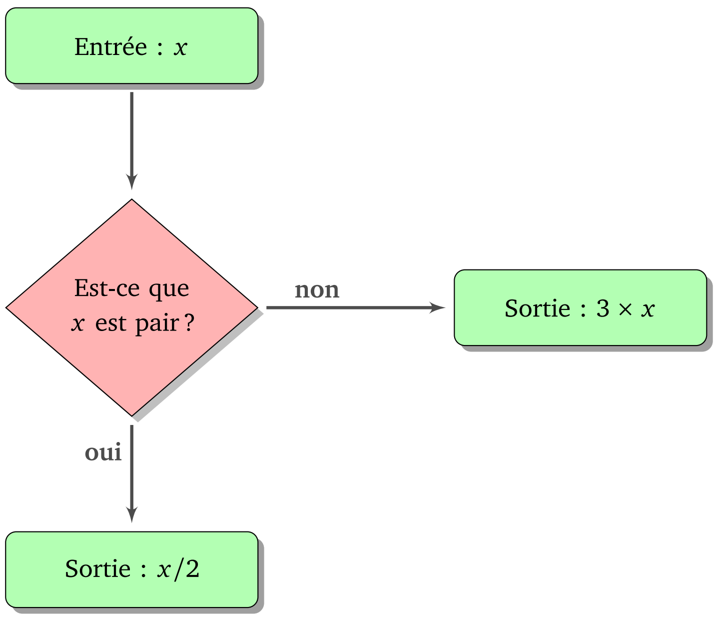
Demander a et b
Si $a \geqslant b$, alors :
    renvoyer a
sinon :
    renvoyer b

Activité 1.

1. Comprends et explique ce que font les instructions suivantes.

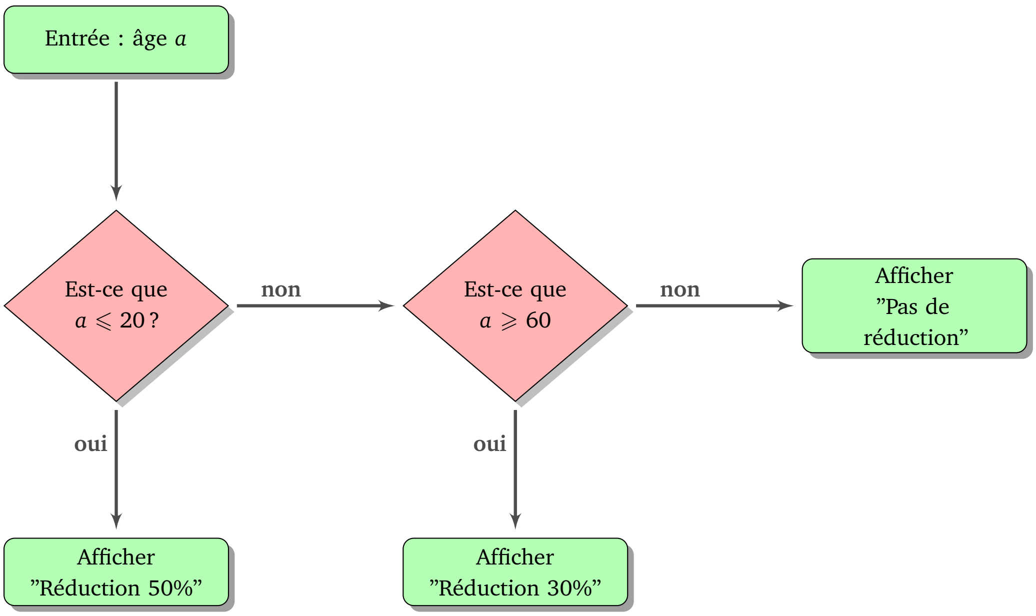


2. Comprends ces instructions et dresse la table des valeurs renvoyées pour $x = 1$, puis $x = 2, 3, \dots, 10$.



entrée x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie										

3. Explique la réduction en fonction de l'âge.



4. Écris les instructions des questions précédentes sous la forme « ligne par ligne ».

Activité 2.
Écris le diagramme des commandes qui permet de répondre aux problèmes suivants.

1. On demande l'âge d'une personne. Soit elle est majeure et alors l'ordinateur répond « Vous êtes majeur » ; soit il dit « Vous serez majeur dans ... années. »
2. On demande deux durées de course d'une nageuse (en secondes).
   - l'ordinateur affiche sa meilleure performance ;
   - si sa meilleure performance est $\leqslant 100$, il affiche en plus « Bravo, tu bats le record ! » ;
   - sinon il affiche « Tu es à ... secondes du record. ».

   Refais le même exercice avec trois durées.
3. On demande un entier x, l'ordinateur renvoie un autre entier. Tu trouves ci-dessous les premiers exemples d'entrée/sortie de ce programme :

entrée x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
sortie	2	3	6	5	10	7	14	9	18	11	22	13

Activité 3.

1. (a) On considère l'initialisation $x \leftarrow 7$, puis les instructions suivantes :

   si $x \geqslant 10$ alors :
   $\quad x \leftarrow x - 3$
   sinon :
   $\quad x \leftarrow 2 \times x$

   Combien vaut x maintenant ?

   (b) Reprends la même question en partant de $x \leftarrow 12$.

   (c) Trouve deux valeurs initiales de x qui donnent le même résultat final.

2. (a) On considère l'initialisation $x \leftarrow 7$, puis les instructions suivantes :

   si x est impair et $x \geqslant 10$ alors :
   $\quad x \leftarrow x + 4$

si x est impair et $x < 10$ alors :
$x \leftarrow x + 3$
si x est pair et $x \geqslant 10$ alors :
$x \leftarrow x + 2$
si x est pair et $x < 10$ alors :
$x \leftarrow x + 1$

Combien vaut x maintenant ?

(b) Reprends la même question en partant de $x \leftarrow 12$.

(c) Trouve deux valeurs initiales de x qui donnent le même résultat final.

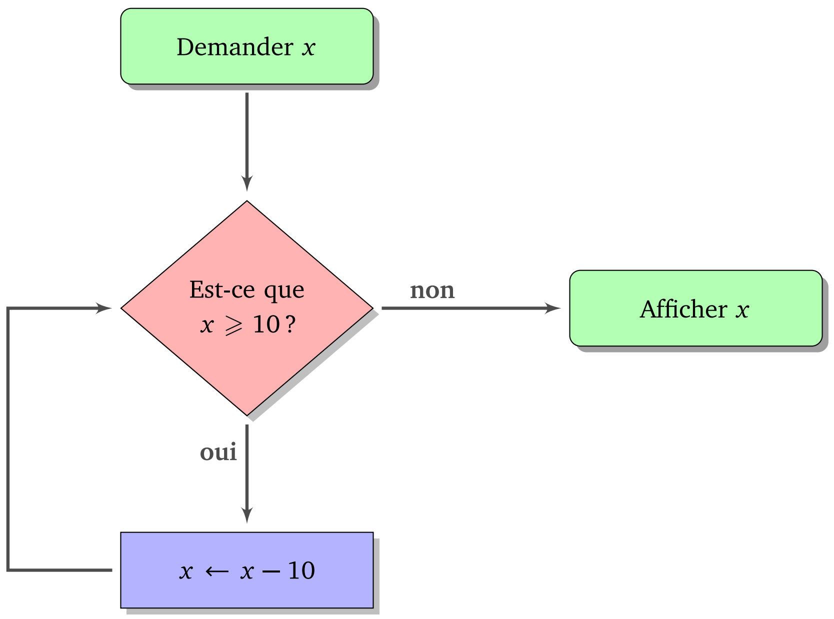
Activité 4.
Quelle sera la valeur de x à la fin de chacune des instructions suivantes ?

1. $x \leftarrow 1$
   répéter 10 fois :
   $x \leftarrow x + 1$
2. $x \leftarrow 1$
   répéter 10 fois :
   $x \leftarrow 2 \times x$
3. $x \leftarrow 1$
   répéter 10 fois :
   si x est pair alors :
   $x \leftarrow x + 1$
   sinon :
   $x \leftarrow x + 3$

Boucles I

Tu connais déjà les boucles du type répéter 10 fois. *Nous allons voir que plus généralement une* boucle *c'est la répétition de plusieurs instructions, avec à chaque répétition une condition qui permet d'arrêter ou continuer le processus.*

Voici un exemple d'algorithme avec une boucle. À gauche cet algorithme sous forme de diagramme, à droite le même algorithme sous forme d'instructions ligne par ligne.



Tant que $x \geqslant 10$, faire :
  $x \leftarrow x - 10$.
Renvoyer x

Partons par exemple de $x = 59$:

- Lors du premier passage, la proposition « $x \geqslant 10$ » est bien sûr vraie. On effectue donc une première fois l'instruction $x \leftarrow x - 10$. Maintenant $x = 49$.
- Et on recommence. La proposition « $x \geqslant 10$ » est encore vraie. On effectue une seconde fois l'instruction $x \leftarrow x - 10$. Maintenant $x = 39$.
- Après le troisième passage on a $x = 29$.
- Après la quatrième passage on a $x = 19$.
- Après le cinquième passage on a $x = 9$.
- La proposition « $x \geqslant 10$ » est maintenant fausse. La boucle s'arrête donc ici. On passe à d'autres instructions : ici, on affiche la valeur de la variable x qui est 9.

On résume ceci sous la forme d'un tableau :

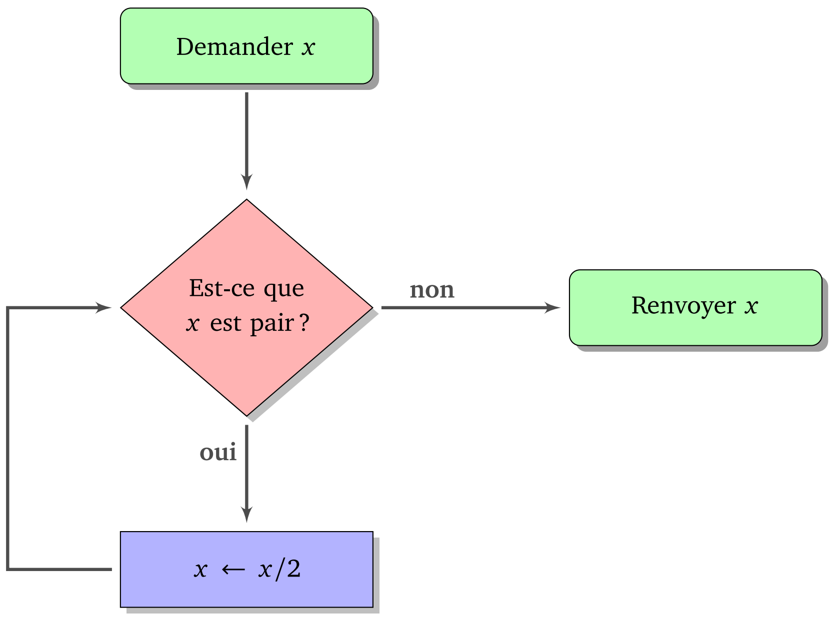
Entrée : $x = 59$

x	« $x \geqslant 10$ » ?	nouvelle valeur de x
59	oui	49
49	oui	39
39	oui	29
29	oui	19
19	oui	9
9	non	

Sortie : 9

Essaie de voir ce que cela donne avec $x = 125$.
De façon plus générale, à partir d'un entier x, on teste s'il est plus grand que 10. Si c'est le cas, on lui soustrait 10. Et on recommence avec la nouvelle valeur de x. Lorsque la valeur de x est plus petite que 10 alors on arrête et on renvoie cette valeur.
Au final, cet algorithme très simple renvoie le chiffre des unités d'un entier positif.

Activité 1.
Voici un algorithme sous forme de diagramme.



1. Quelle valeur est renvoyée si en entrée on part avec $x = 28$?
   Tu peux compléter le tableau suivant pour t'aider :

   Entrée : $x = 28$

x	« x pair » ?	nouvelle valeur de x
28		

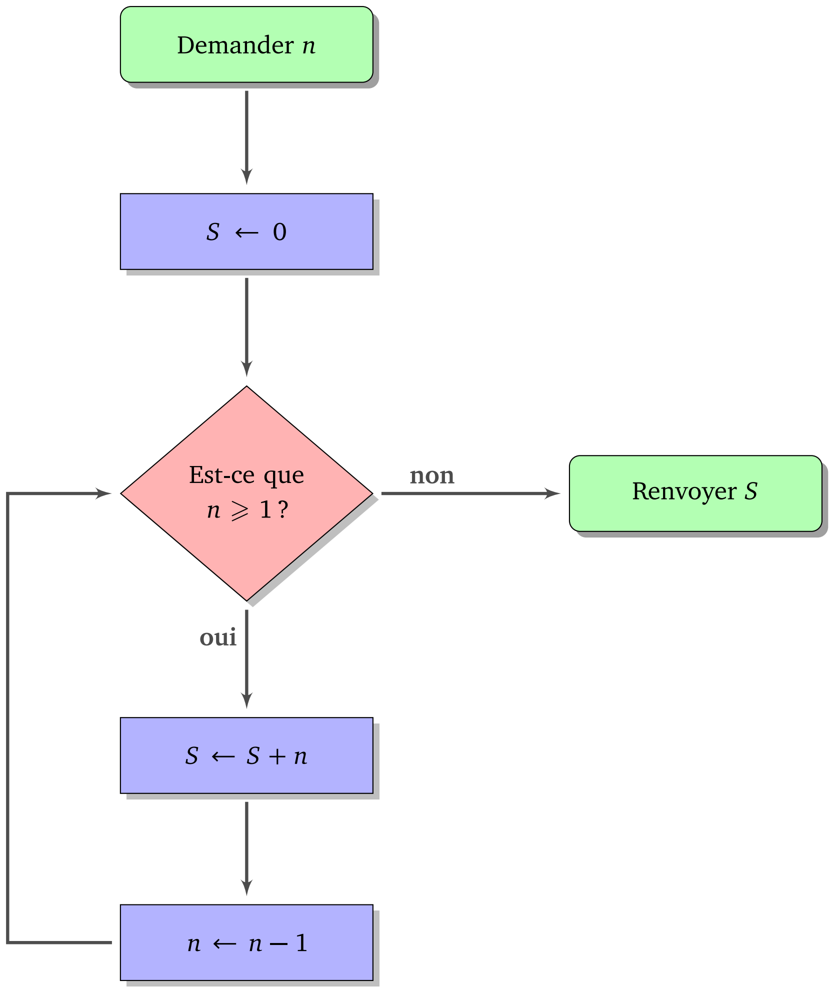
   Sortie :

2. Complète le tableau des entrées/sorties :

entrée x	6	12	28	35	70	72
sortie						

3. Quelle propriété a toujours l'entier renvoyé par cet algorithme ? Décris par une phrase l'utilité de cet algorithme (c'est-à-dire ce qu'il renvoie comme résultat, pas comment il le fait).
4. Réécris cet algorithme sous la forme d'instructions ligne par ligne.
5. Quels sont les nombres pour lesquels l'algorithme ne s'arrête pas ?

Activité 2.
Voici un algorithme sous forme de diagramme.



1. Quelle valeur S est renvoyée si en entrée on part avec $n = 5$?
   Tu peux compléter le tableau suivant pour t'aider :

Entrée : $n = 5$
Initialisation : $S = 0$

n	« $n \geqslant 1$ » ?	nouvelle valeur de S	nouvelle valeur de n
5	oui	$S = 0 + 5 = 5$	4
4			

Sortie : $S =$

2. Complète le tableau des entrées/sorties :

entrée n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie S										

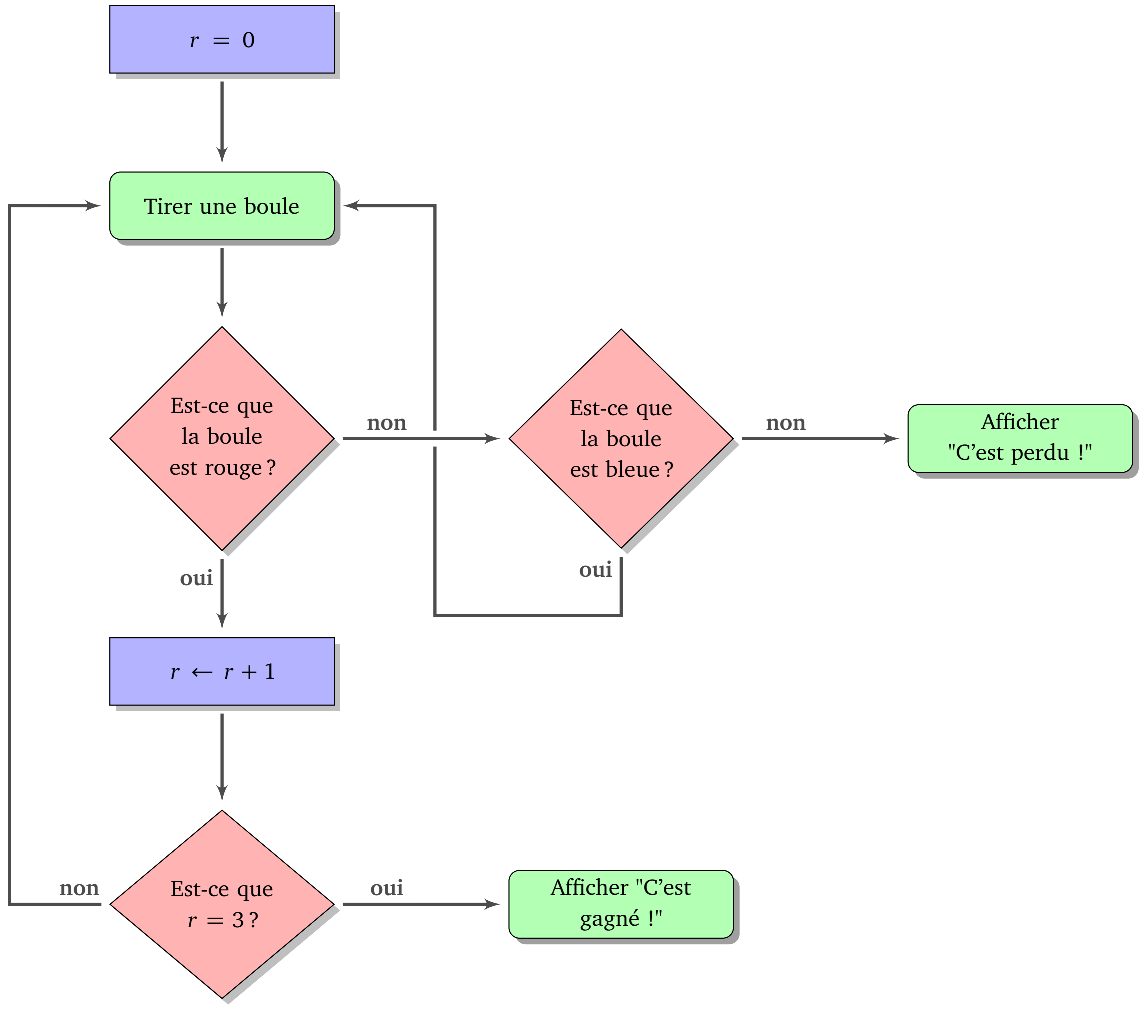
3. Décris par une phrase ce que fait cet algorithme.
4. Récris cet algorithme sous la forme d'instructions ligne par ligne.
5. Dans cet algorithme, n joue le rôle d'un *compteur*. Écris un algorithme (sous forme de diagramme ou ligne par ligne) qui demande une valeur n et exécute ensuite une instruction n fois (par exemple « avancer de 10 pas »). Bien sûr, tu n'as pas le droit d'utiliser la commande « répéter n fois », mais inspire-toi des exemples ci-dessus.

Activité 3.
Voici un algorithme qui aide à payer une somme S à l'aide de billets de 20 €, de billets de 5 € et de pièces de 1 €.

Entrée : somme S
$n \leftarrow 0$ (initialisation du compteur)
Tant que $S \geqslant 20$, faire :
  $S \leftarrow S - 20$,
  $n \leftarrow n + 1$.
Tant que $S \geqslant 5$, faire :
  $S \leftarrow S - 5$,
  $n \leftarrow n + 1$.
Tant que $S > 0$, faire :
  $S \leftarrow S - 1$,
  $n \leftarrow n + 1$.
Sortie : renvoyer n

1. Teste l'algorithme pour $S = 47$, puis pour $S = 203$.
2. Que compte n ? Combien vaut S à la fin du programme ?
3. Que se passe-t-il si on échange les boucles « tant que $S \geqslant 20$... » et « tant que $S \geqslant 5$... » ?
4. Dessine l'algorithme sous la forme d'un diagramme d'instructions.
5. Si $S \leqslant 100$, quelle est la valeur maximale possible pour la sortie n ? Pour quelle valeur de S, ce maximum est-il atteint ?
6. Améliore l'algorithme pour qu'à la fin il renvoie trois entiers n_{20}, n_5, et n_1 qui correspondent (respectivement) aux nombres de billets de 20 €, de billets de 5 € et de pièces de 1 €.

Activité 4.
Voici un jeu où l'on tire au hasard des boules dans une urne. Il y a trois couleurs de boules : rouge, bleu, noir (codé par R, B, N). Il faut tirer suffisamment de boules d'une certaine couleur pour gagner. Les autres couleurs font, soit perdre immédiatement, soit permettent de rejouer.



1. Teste l'algorithme selon les tirages suivants et dis si le joueur gagne ou perd (il peut y avoir plus de boules tirées que nécessaires, dans ce cas, le jeu s'arête sans utiliser toutes les boules) :
   - R R B R N B N R N R
   - B R B B R B N R R R
   - R B B B N R R B R R
2. (a) Que compte r ? Quelle couleur fait gagner ? Combien faut-il de boules de cette couleur pour gagner ?

   (b) Quelle couleur fait perdre immédiatement ? Quelle couleur permet de continuer à jouer ? Pourquoi le test « Est-ce que la boule est noire ? » n'apparaît pas ?

Feuille 8

Chercher et remplacer

Dans cette fiche on ne tiendra pas compte des accents dans les chaînes de caractères écrites en gras. Par exemple « e », « é », « è », « ê » désigneront la même lettre.

Activité 1.
Dans un mot on cherche une lettre et on la remplace par une autre. Par exemple « s → x » signifie que l'on cherche toutes les lettres « s » pour les remplacer par la lettre « x », ainsi :

- **rois** devient **roix**,
- **piscines** devient **pixcinex** (deux « s » sont remplacés),
- **pile** reste **pile** (rien n'est remplacé).

1. Trouve les mots qui conviennent.
   (a) **malade** avec « m → s » devient . . . . . . qui avec « d → g » devient . . . . . .
   (b) **lapin** avec « l → s » devient . . . . . qui avec « p → t » devient . . . . .
   (c) . . . . . . avec « n → r » devient . . . . . qui avec « d → t » devient **tortue**
2. Trouve les remplacements qui conviennent.
   (a) **fauve** devient **faute** qui devient **flûte**
   (b) **course** devient **courbe** qui devient **fourbe**
   (c) **mami** devient **papi** qui devient **kaki**

Activité 2.
Dans un mot, on cherche un groupe de lettres et on le remplace par un autre. Par exemple « at → aud » signifie que l'on cherche tous les groupes de lettres « at » et qu'on les remplace par « aud » :

- **chat** devient **chaud**
- **tata** devient **tauda**

1. Trouve les mots qui conviennent.
   (a) **digitale** avec « dig → cap » devient . . . . qui avec « al → ain » devient . . . .
   (b) . . . . . . avec « g → ch » devient **chateau** qui avec « eau → on » donne . . . . . .
   (c) . . . . . avec « ss → rt » devient . . . . . qui avec « ar → en » devient **tente**
2. Trouve un remplacement qui convient.
   (a) Quel remplacement transforme **tata** en **tonton** et transforme **pat** en **pont** ?

(b) Quels remplacements transforment **malle** en **ville**, puis en **vinyle** ?

(c) Quel remplacement transforme **bonbon** en **cocon** ?

Activité 3.
On s'occupe maintenant seulement de chercher si un groupe de lettres apparaît dans un mot. On s'autorise une lettre joker symbolisée par « ? ». Par exemple si on cherche le groupe de lettres « c?r » alors :

- **car**, **cure**, **cire**, **icare**, **accord** contiennent ce groupe (par exemple pour **car** le point d'interrogation joue le rôle de **a**),
- mais pas les mots **par**, **race**, **coeur**, **cri**.

1. Dire pour chaque mot de la liste si on peut trouver le groupe de lettres. S'il y a plusieurs « ? », les rôles peuvent être joués par des lettres différentes.

   (a) Groupe de lettres « t?l » dans les mots **lit**, **police**, **installer**, **étaler**, **attabler**, **hôtel**, **atteler**.

   (b) Groupe de lettres « ?t?t » dans les mots **patate**, **pépite**, **petite**, **tétine**, **entêter**, **enterrement**, **tartiner**.

   (c) Groupe de lettres « p??s » dans les mots **épouser**, **apprivoiser**, **purs**, **épars**, **aspirer**, **souper**, **pas**.

2. Pour chaque groupe de lettres, trouve au moins trois autres mots qui le contiennent.

Activité 4.
On cherche toujours des groupes de lettres, on s'autorise plusieurs options. Par exemple « [cv] » signifie « c » ou « v ». Ainsi le groupe de lettres « [cv]o » correspond aux groupes de lettres « co » ou « vo ». Ce groupe est donc contenu dans **voter**, **côte**, **haricot**, mais pas dans **tocard**. De même « [abc] » désignerait « a » ou « b » ou « c ».

1. Dire pour chaque mot de la liste si on peut trouver le groupe de lettres.

   (a) Groupe de lettres « [lp]a » dans les mots **larve**, **étaler**, **reparler**, **applaudir**, **épater**, **stupéfiant**, **palabrer**.

   (b) Groupe de lettres « c[aio] » dans les mots **action**, **accord**, **exciter**, **craquer**, **coeur**, **cercle**, **chance**.

   (c) Groupe de lettres « [lt]a[cst] » dans les mots **lait**, **établir**, **tacler**, **élastique**, **salade**, **enlacer**, **cartable**.

   (d) Groupe de lettres « [cp]?[st] » dans les mots **chaton**, **tacot**, **papyrus**, **chapitre**, **eucalyptus**, **cachotier**, **charpente**.

2. Pour chaque groupe de lettres, trouve au moins trois autres mots qui le contiennent.

Activité 5.
On cherche des groupes de lettres, avec certaines lettres exclues. Un point d'exclamation devant une lettre signifie que l'on ne veut pas cette lettre. Par exemple « p!a » correspond à un groupe de lettres avec un « p » suivi d'une lettre *qui n'est pas* un « a ». Par exemple **pitre** contient « p!a » mais pas **papa**. Par contre **papi** le contient grâce aux deux lettres « pi ». Autre exemple avec « !ap » : on cherche une lettre qui n'est pas un « a » et qui est suivie d'un « p ».

1. Dire pour chaque mot de la liste si on peut trouver le groupe de lettres.

(a) Groupe de lettres « c!h » dans les mots **enchanter**, **hibou**, **chouette**, **éclore**, **hache**, **cochon**, **coq**, **accent**, **bonheur**, **chahuter**.

(b) Groupe de lettres « !ch » dans la même liste.

(c) Groupe de lettres « t!er » dans la liste de mots **sentir**, **rentrer**, **tordre**, **épurer**, **étendre**, **éternuer**, **étirer**, **attarder**, **tondre**.

(d) Groupe de lettres « [bcf]!a?[mnv] » dans les mots **fauve**, **ferme**, **cerner**, **bonté**, **frange**, **découverte**, **bien**, **bosse**.

2. « ![ab] » signifie que l'on ne veut ni de « a », ni de « b ». Dire pour chaque mot de la liste si on peut trouver le groupe de lettres.

(a) Groupe de lettres « s![ae] » dans les mots **super**, **assez**, **salut**, **estomac**, **radis**, **salsifi**.

(b) Groupe de lettres « [tp]e![st] » dans les mots **petite**, **venin**, **serviette**, **pestes**, **tétine**, **épines**.

Feuille 9

Puissances de 2

Un nénuphar envahit une marre. Sa surface double chaque jour. Au bout du vingtième jour, le nénuphar recouvre toute la surface de l'eau. Quel jour le nénuphar recouvrait la moitié de la surface ?

Activité 1.
On note 2^n pour $2 \times 2 \times \cdots \times 2$ (avec n facteurs). Par exemple $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

1. Complète les tableaux suivant :

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}	2^{16}
...	...	...	...	...	...

2. Comment passer de 2^n à 2^{n+1} ?
3. Apprends par cœur les puissances de 2, de 2^1 à 2^{12}, de façon à pouvoir les réciter en moins de dix secondes.

Activité 2.

1. On remplit des cases avec des 0 et des 1. On énumère toutes les possibilités. Par exemple, avec 2 cases, on a 4 possibilités :

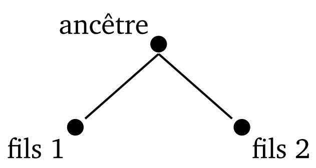
   $\boxed{0}\boxed{0}$ $\quad$ $\boxed{0}\boxed{1}$ $\quad$ $\boxed{1}\boxed{0}$ $\quad$ $\boxed{1}\boxed{1}$

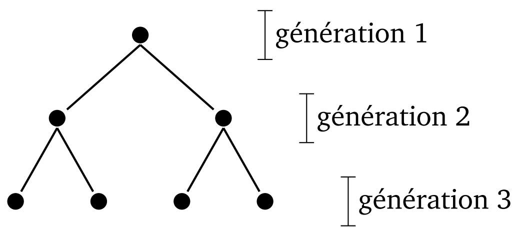
   (a) Trouve toutes les possibilités avec 3 cases : $\boxed{}\boxed{}\boxed{}$. Combien y en a-t-il ?

   (b) Trouve toutes les possibilités avec 4 cases : $\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$. Combien y en a-t-il ?

   (c) Combien y a-t-il de possibilités lorsqu'il y a n cases ?

2. On représente l'arbre généalogique d'un ancêtre. Cet ancêtre a deux fils (figure de gauche), chacun de ses fils a aussi deux fils (figure de droite). À chaque fois les enfants ont deux fils.





   (a) Représente l'arbre jusqu'à la quatrième génération.

(b) Combien y a-t-il de personnes à la première génération ? Et à la deuxième, à la troisième, à la quatrième ? Et à la n-ième génération ?

(c) Combien y a-t-il de personnes en tout, de la première à la quatrième génération ? Et de la première à la dixième génération ?

3. Une sélectionneuse doit former une équipe à partir de plusieurs joueuses. Une équipe peut comporter 1 ou 2 ou 3, ..., ou toutes les joueuses. Par exemple si elle dispose de 3 joueuses, numérotées 1, 2 et 3, elle peut choisir entre 7 équipes différentes :
   - l'équipe $\{1\}$ formée de la seule joueuse numéro 1 ;
   - l'équipe $\{2\}$ formée de la seule joueuse numéro 2 ;
   - l'équipe $\{3\}$ formée de la seule joueuse numéro 3 ;
   - l'équipe $\{1,2\}$ formée de la joueuse numéro 1 et de la joueuse numéro 2 ;
   - l'équipe $\{1,3\}$ formée de la joueuse numéro 1 et de la joueuse numéro 3 ;
   - l'équipe $\{2,3\}$ formée de la joueuse numéro 2 et de la joueuse numéro 3 ;
   - l'équipe $\{1,2,3\}$ formée de toutes les joueuses.

   (a) Énumère toutes les équipes possibles en partant de 2 joueuses. Combien y en a-t-il ?

   (b) Énumère toutes les équipes possibles en partant de 4 joueuses. Combien y en a-t-il ?

   (c) D'après toi combien y a-t-il d'équipes possibles à partir de n joueuses ?

Activité 3.

Un *octet* est une quantité d'information qui correspond à une zone de stockage de 8 cases, chaque case pouvant contenir un 0 ou un 1 :

Il y a donc $2^8 = 256$ possibilités.

- Un octet permet par exemple de coder un entier compris entre 0 et 255.
- Un octet permet aussi de coder un caractère (code ASCII), par exemple le caractère numéro 65 désigne la lettre « A », le numéro 66 la lettre « B »,...
- Un octet peut aussi coder 256 niveaux de gris (0 pour le noir, 255 pour le blanc et entre les deux, des nuances de gris).
- Avec trois octets on peut coder plus de 16 millions de couleurs différentes : un octet pour le rouge (de 0 : pas du tout de rouge, à 255 : le maximum de rouge), un octet pour le vert et un octet pour le bleu (système RVB).

Comme les quantités de mémoire en jeu sont souvent énormes, on utilise les multiples :

- le *kilo-octet*, noté ko, pour 1000 octets ;
- le *méga-octet*, noté Mo, pour un million d'octets (donc 1 Mo = 1000 ko) ;
- le *giga-octet*, noté Go, pour un milliard d'octets (donc 1 Go = 1000 Mo) ;
- le *tera-octet*, noté To, pour mille milliards d'octets (donc 1 To = 1000 Go).

1. Calcule la quantité de mémoire nécessaire au stockage des données suivantes et exprime-la en utilisant le multiple le plus adapté :

   (a) un texte de 3000 caractères (environ une page) ;

   (b) un dictionnaire de 40 000 mots, chaque mot étant en moyenne de 7 lettres ;

   (c) une image noir et blanc de taille 800×600 pixels, chaque pixel étant coloré par un niveau de gris (parmi 256) ;

(d) une image couleur HD de taille 1024×768 pixels, chaque pixel étant coloré par un niveau de rouge (parmi 256), un niveau de vert (parmi 256) et un niveau de bleu (parmi 256) ;

(e) un film d'1h30, avec 25 images par secondes, chaque image étant une image couleur HD.

2. L'ancien usage était d'utiliser les puissances de 2 comme multiples des octets. Comme $2^{10} = 1024$ est proche de mille, on appelle *kibi-octet*, noté Kio, un ensemble de 1024 octets. De même un *mebi-octet*, noté Mio, c'est 1024 Kio ; un *gibi-octet* c'est 1024 Mio ; un *tébi-octet* c'est 1024 Gio.

   Exprime les quantités de mémoire de la question précédente à l'aide des multiples Kio, Mio, Gio ou Tio.

3. Cherche les quantités de mémoire approximatives, nécessaires pour stocker : une chanson ; un film ; une photo ; un livre de 300 pages. Cherche la quantité de stockage usuelle contenue dans un CD, un DVD, une clé USB, la mémoire vive d'un ordinateur, un disque dur.

Activité 4.

Pour réduire la taille des fichiers on cherche souvent à les compresser. Par exemple si une image à un coin de ciel bleu, au lieu de répéter mille fois « pixel bleu, pixel bleu, pixel bleu,... » on enregistre « toute cette zone est bleue ». Pour un film, lorsque deux images se suivent et se ressemblent, on enregistre seulement la différence. Le *taux de compression* c'est le rapport :

$$\text{taux de compression} = \frac{\text{taille du fichier compressé}}{\text{taille du fichier non compressé}}.$$

Par exemple, si l'image de départ pesait 10 Mo et que l'image compressée pèse $3,5$ Mo alors le taux de compression est

$$\frac{3,5}{10} = 0,35 = 35\%.$$

1. Calcule les taux de compression suivants :
   - un fichier de musique de 7 Mo est encodé en un fichier mp3 de taille $1,4$ Mo ;
   - le contenu d'un disque dur de 256 Go est archivé en un fichier de 48 Go ;
   - un document texte de $1,2$ Mo est compressé en un fichier de 650 ko.
2. Une image au format original de 4 Mo est compressée au taux de 30%. Quelle est la taille du fichier compressé ?
3. Une page a été scannée, puis compressée au taux de 13%. Le fichier compressé pèse 200 ko. Quelle est la taille du fichier original ?
4. Un film qui dure 1h20 est composé d'images 1024×768 pixels, avec les couleurs codées sur 3 octets. Il y a 25 images par seconde. Quel doit être le taux de compression pour stocker ce film sur un DVD d'une capacité de 4 Go ?

Feuille 10

Binaire

Les ordinateurs ne font pas les calculs avec les chiffres décimaux de 0 à 9. En effet ce sont des appareils électroniques avec deux états privilégiés : soit il y a du courant, soit il n'y a en a pas. L'ordinateur travaille donc avec seulement deux chiffres 1 et 0.

Activité 1.

1. **Puissances de 10.**
   On note 10^n pour $10 \times 10 \times \cdots \times 10$ (avec n facteurs). Par exemple, $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$.
   Complète le tableau suivant :

10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
...	...	...	...	...	...	10	1

2. **Base 10.**
   L'écriture habituelle des entiers est une décomposition en base 10. Par exemple 365 c'est $3 \times 100 + 6 \times 10 + 5 \times 1$:

3	6	5
100	10	1

   (on voit bien que 3 est le chiffre des centaines, 6 celui des dizaines et 5 celui des unités).
   Autre exemple : $1203 = 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 3 \times 1$.

1	2	0	3
1000	100	10	1

   Décompose 24834 et 129071 en base 10 comme ci-dessus.

3. **Puissances de 2.**
   On note 2^n pour $2 \times 2 \times \cdots \times 2$ (avec n facteurs). Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.
   Complète le tableau suivant :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
...	...	...	...	...	...	2	1

4. **Base 2.**
   Tout entier admet une écriture en base 2. Par exemple 1.1.0.0.1 (prononce 1, 1, 0, 0, 1) c'est l'écriture binaire de l'entier 25. Comment fait-on ce calcul ? C'est comme pour la base 10, mais en utilisant les puissances de 2 !

1	1	0	0	1
16	8	4	2	1

Donc l'écriture 1.1.0.0.1, c'est l'entier :

$$1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 1 = 25$$

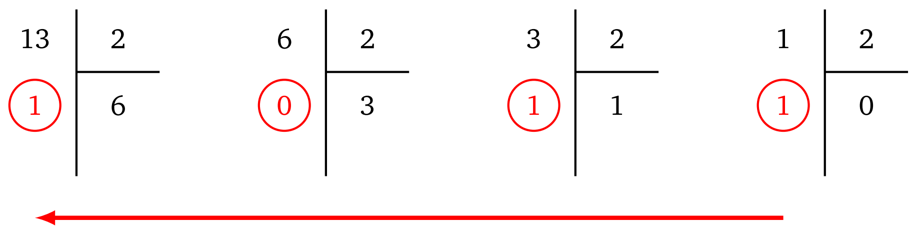
Calcule l'entier dont l'écriture binaire est :
- 1.0.1
- 1.0.1.1
- 1.1.0.0.0
- 1.0.1.0.1.1
- 1.1.1.0.1.0.1

Activité 2.

1. Trouve l'écriture binaire des entiers de 1 à 20. Par exemple l'écriture binaire de 13 est 1.1.0.1.
2. Comment reconnais-tu si un entier est pair à partir de son écriture binaire ?
3. Explique la blague favorite des informaticiens : « Il y 10 catégories de personnes, celle qui connaît le binaire et celle qui ne le connaît pas ! ».

Voici une méthode générale pour calculer l'écriture binaire d'un entier :
- On part de l'entier dont on veut l'écriture binaire.
- On effectue une suite de divisions euclidiennes par 2 :
  — à chaque division on obtient un reste, qui vaut 0 ou 1 ;
  — on obtient un quotient que l'on divise de nouveau par 2, on s'arrête quand ce quotient est nul.
- On lit l'écriture binaire comme la suite des restes, mais en partant du dernier reste.

Exemple.
Calcule de l'écriture binaire de 13.
- On divise 13 par 2, le quotient est 6, le reste est 1.
- On divise 6 (le quotient précédent) par 2 : le nouveau quotient est 3, le nouveau reste est 0.
- On divise 3 par 2 : quotient 1, reste 1.
- On divise 1 par 2 : quotient 0, reste 1.
- C'est terminé (le dernier quotient est nul).
- Les restes successifs sont 1, 0, 1, 1. On lit l'écriture binaire à l'envers c'est 1.1.0.1.



Exemple.
Écriture binaire de 57.

57	2	28	2	14	2	7	2	3	2	1	2
1	28	0	14	0	7	1	3	1	1	1	0

Les restes successifs sont 1, 0, 0, 1, 1, 1, donc l'écriture binaire de 57 est 1.1.1.0.0.1.

Activité 3.
Calcule l'écriture binaire des entiers suivants :

- 28
- 39
- 99
- 175
- 255
- 256

Feuille 11

Boucles II

Le but de cette feuille est d'apprendre à concevoir la structure d'un programme sur feuille avant de se jeter sur le clavier !

Activité 1.

1. Écris un programme de compte à rebours : demande une valeur n (par exemple 10), puis affiche la liste de décompte jusqu'à 0 (par exemple 10, 9, 8, $\ldots$, 0).
2. Écris un algorithme qui cherche le plus grand entier n tel que $n \times n \leqslant 20\,000$.
3. Trouve un algorithme qui renvoie le plus petit n tel que $2^n \geqslant 1\,000\,000$. (Tu peux par exemple initialiser une variable à 2 et la multiplier par 2 autant de fois que nécessaire.)
4. Écris un code qui teste si un nombre est premier : demande un entier n et utilise un test « est-ce que i divise n ? ». On rappelle qu'un entier n est premier s'il n'a pas de diviseurs autres que 1 et n.

Une boucle *pour* permet de parcourir un par un tous les éléments d'une liste. Voici un exemple :

Pour i allant de 1 à 10, faire :
    Afficher $i \times i$.

La variable i va prendre successivement les valeurs 1, puis 2, puis 3... jusqu'à 10. Ce petit programme affiche les $i \times i$, donc il affiche dans cet ordre 1, puis 4, puis 9... jusqu'à $10 \times 10 = 100$.
La syntaxe générale est :

Pour i allant de a à b, faire :
    instruction,
    autre instruction,
    ...

L'entier i va successivement prendre la valeur a, puis $a+1$... jusqu'à l'entier b.

Activité 2.

1. Construis une boucle qui affiche les produits $2 \times x$, $3 \times x$,..., $20 \times x$ (où x est un nombre à demander à l'utilisateur).
2. Construis une boucle qui calcule la somme $1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 + \cdots + n \times n \times n$ (où n est un entier à demander à l'utilisateur).

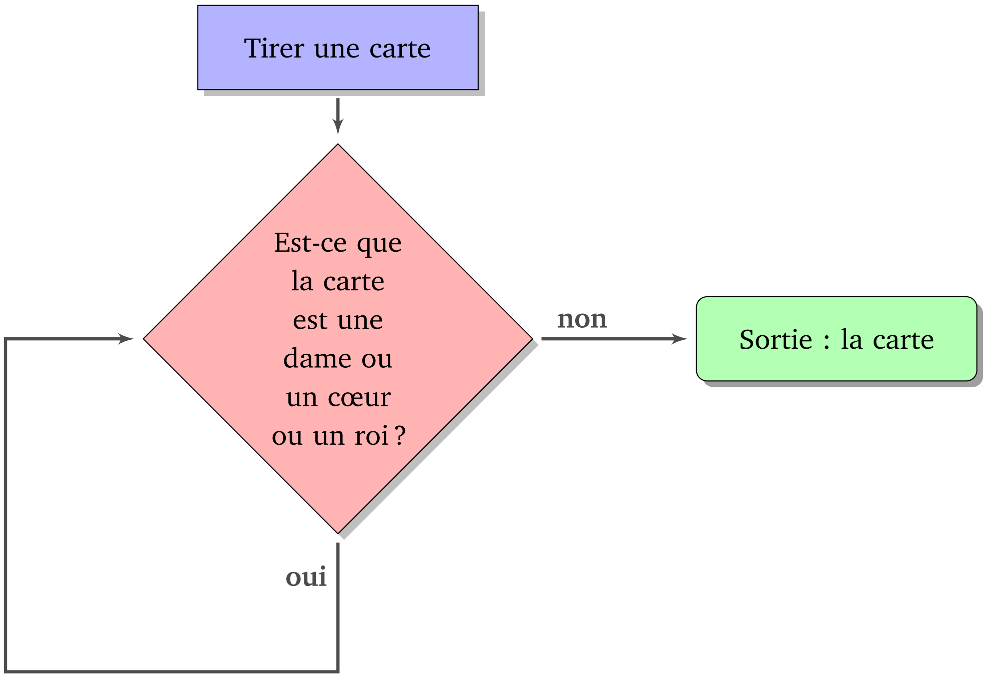
3. Demande 10 nombres à l'utilisateur et affiche la position du plus grand de ces nombres. Par exemple, si les nombres sont $2, 3, 5, 10, 2, 1, 3, 3, 1, 5$ alors le plus grand nombre est 10 et le programme renvoie la valeur 4 (car 10 est en quatrième position).
4. Construis un programme qui affiche tous les résultats de la table classique des multiplications (on affiche tous les produits $i \times j$, i et j étant des entiers allant de 1 à 10).

Activité 3.

Les algorithmes suivants ne font pas ce que l'on attend d'eux. Trouve les problèmes et corrige-les !

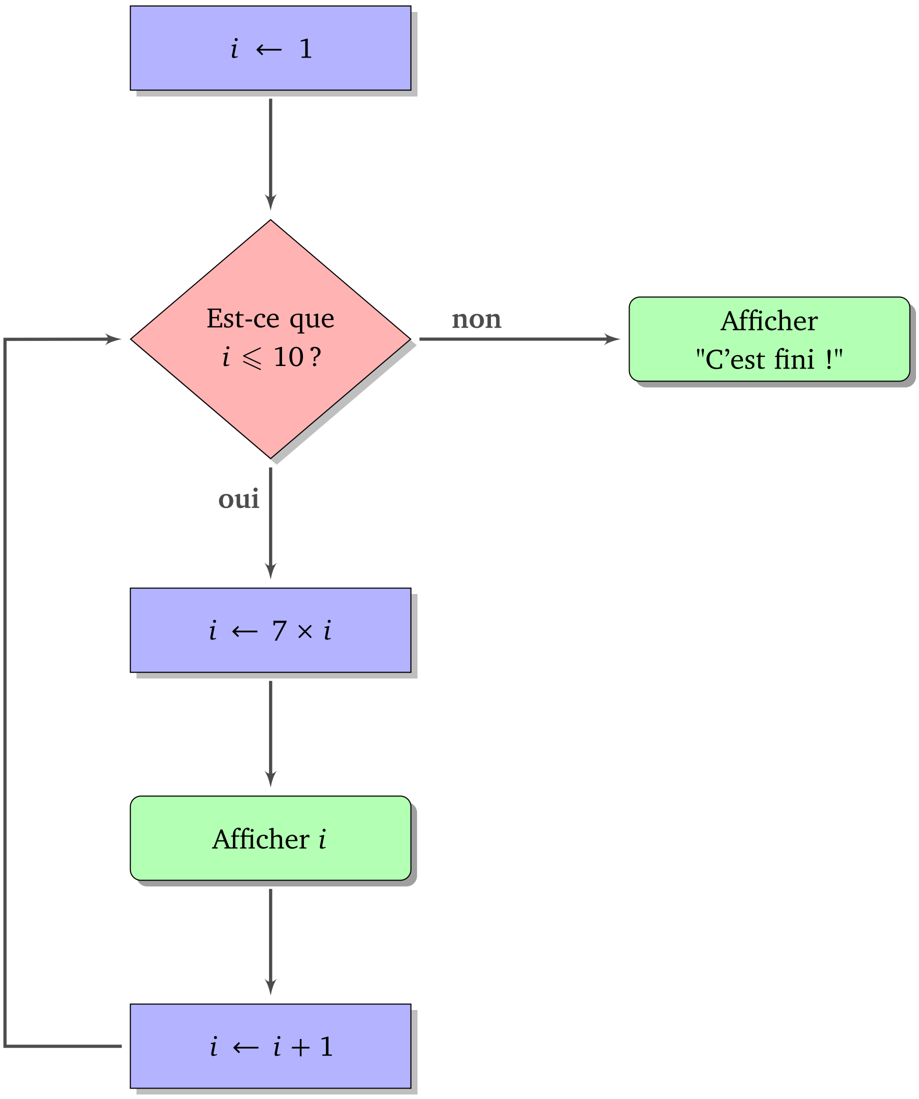
1. **But :** Le programme tire des cartes au hasard, il s'arrête lorsque la carte tirée est la dame de cœur ou le roi de cœur.

   Solution fausse :



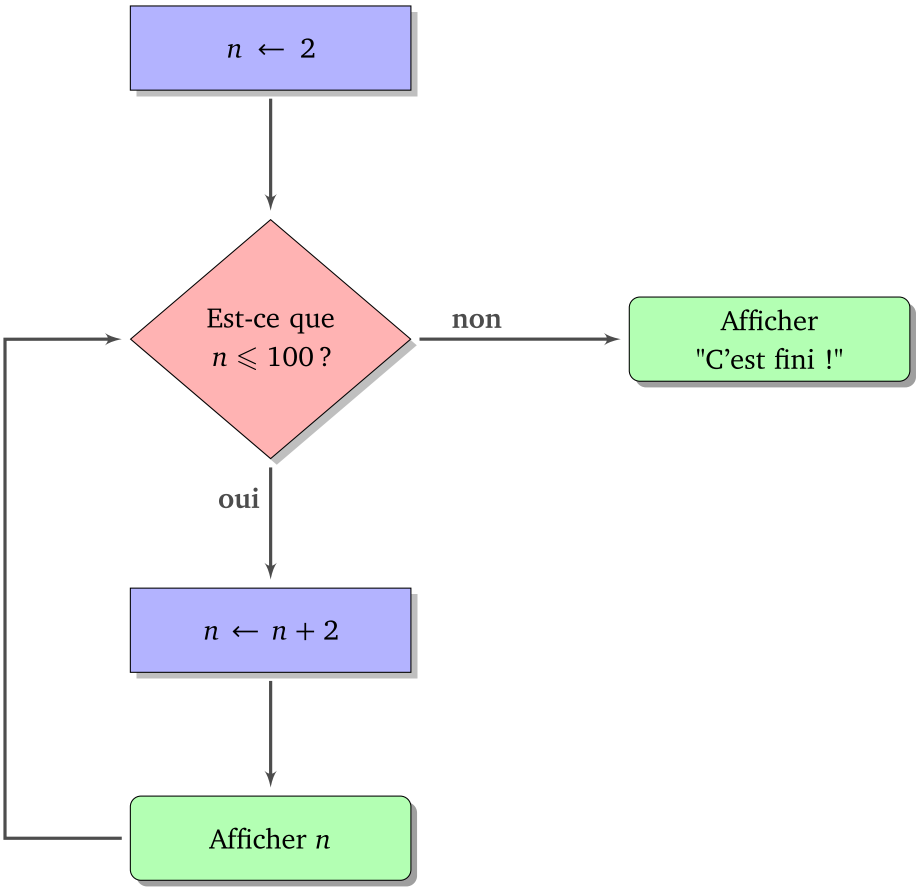
2. **But :** Le programme affiche la table de multiplication de 7 (c'est-à-dire les multiples de 7 inférieurs ou égaux à 70).

   Solution fausse :



3. **But :** Le programme affiche les nombres pairs compris entre 2 et 100 : $2, 4, 6, 8, \ldots, 100$.

   Solution fausse :



4. **But :** Le programme calcule le produit $10 \times 9 \times 8 \times \cdots \times 2 \times 1$.

   Solution fausse :

   $P \leftarrow 1$
   $n \leftarrow 10$
   Tant que $P \geqslant 1$, faire :
   $\quad P \leftarrow P \times n$
   $\quad n \leftarrow n - 1$
   Sortie : n

5. **But :** Une somme, au départ de 1000 €, rapporte chaque année 10 % d'intérêts (la somme d'argent est donc multipliée par 1,10 chaque année). On veut savoir au bout de combien d'années la somme placée dépasse 2000 €.

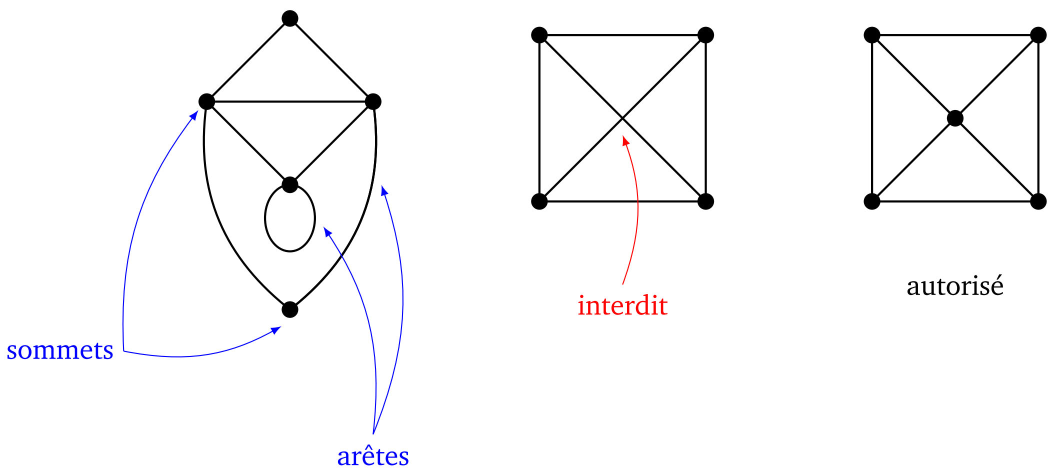
   Solution fausse :

   $S \leftarrow 1000$
   $n \leftarrow 0$
   Tant que $S \geqslant 2000$, faire :
   $\quad S \leftarrow S \times 1,10$
   $\quad n \leftarrow n + 1$
   Sortie : $n - 1$

Graphes

Feuille 12

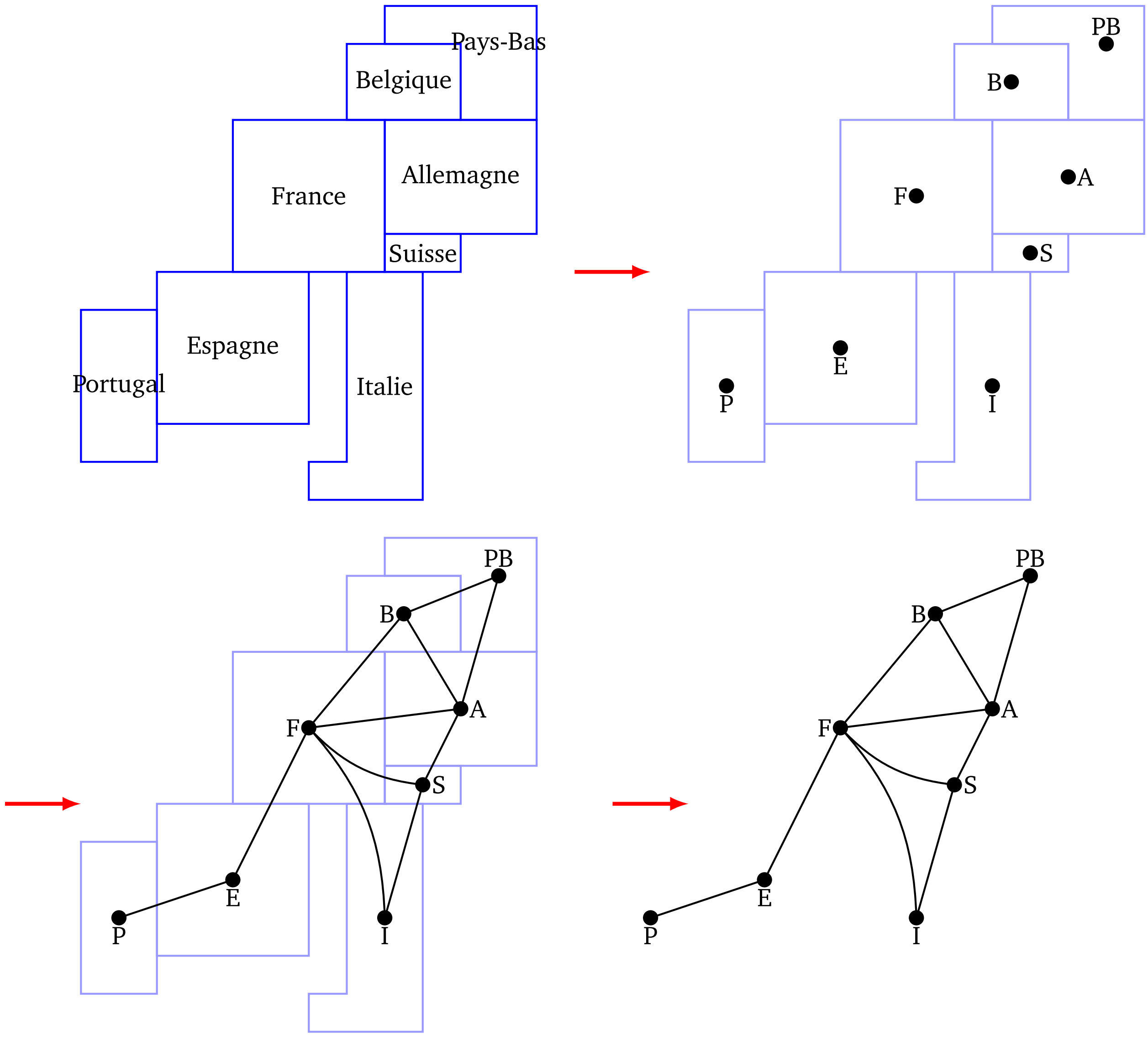
Un *graphe* du plan est un ensemble de points, appelés *sommets*, reliés par des lignes, appelées *arêtes*.
À gauche, voici un exemple de graphe, ayant 5 sommets et 8 arêtes (il y a un arête qui relie un sommet à lui-même). Attention : deux arêtes n'ont pas le droit de se couper (voir les figures de droite).



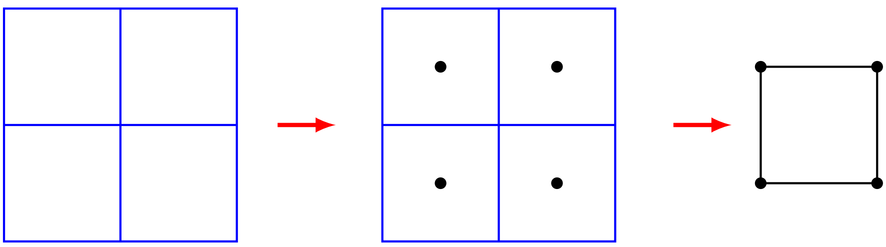
Activité 1 (Le théorème des 4 couleurs)**.**
À une carte, on associe un graphe de la façon suivante :

- pour chaque pays on a un sommet en choisissant un point à l'intérieur du pays (par exemple la capitale) ;
- on relie deux sommets si les deux pays associés ont une frontière commune.

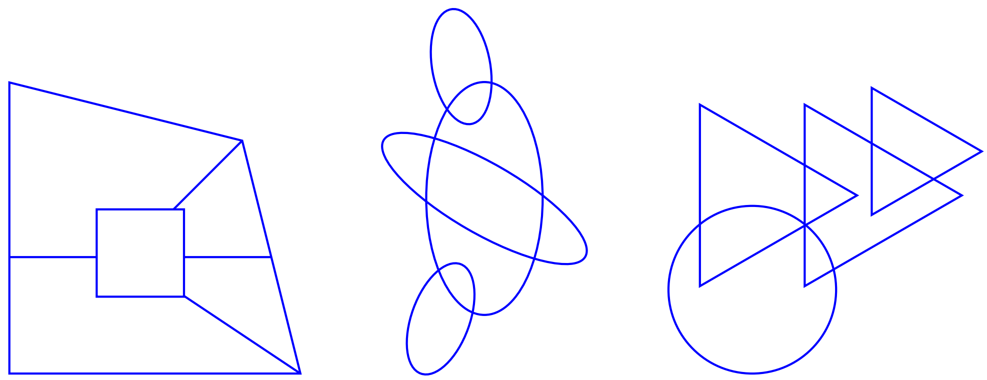
Voici un exemple avec une partie de l'Europe. Il y a un sommet pour la France (F), un pour l'Espagne (E), un pour le Portugal (P),... Le sommet F est relié au sommet E car la France et l'Espagne ont une frontière commune, le sommet E est relié au sommet P car l'Espagne et le Portugal ont une frontière commune, par contre les sommets F et P ne sont pas reliés car il n'y a pas de frontière entre la France et le Portugal.



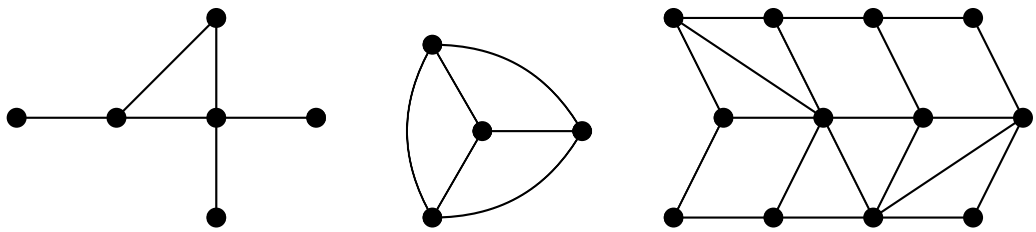
Voici un autre exemple. Il permet de mettre en évidence que si deux pays se touchent « par un coin », alors cela ne constitue pas une frontière commune.



1. Trace le graphe associé aux cartes suivantes :



2. Pour chacun des graphes dessine une carte qui correspond.

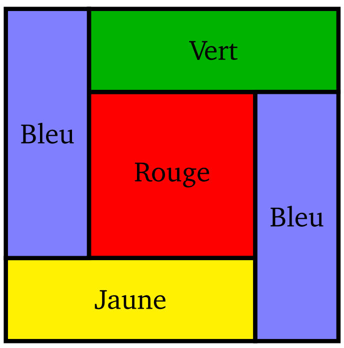


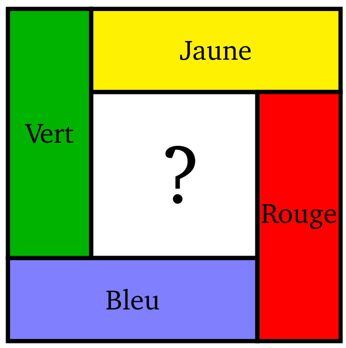
3. Voici l'énoncé du théorème des 4 couleurs :

   Il est toujours possible de colorier une carte avec seulement 4 couleurs, de sorte que deux pays ayant une frontière commune ne soient pas coloriés de la même couleur.

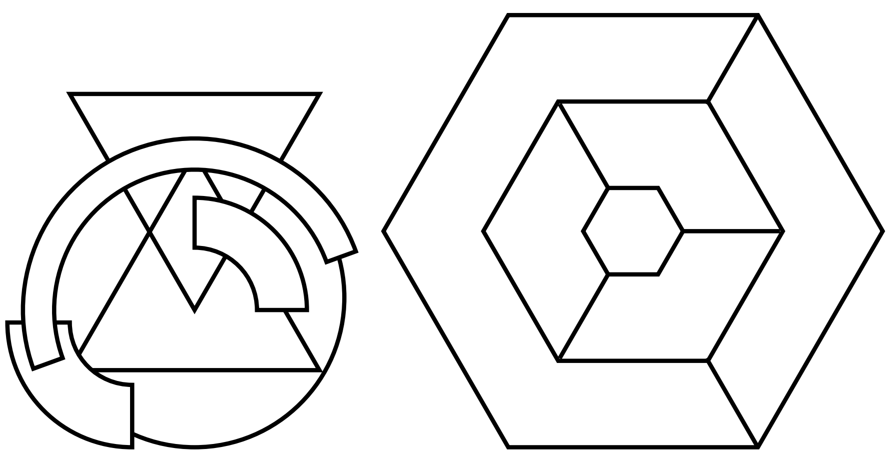
   Voici un exemple sur la figure de gauche.

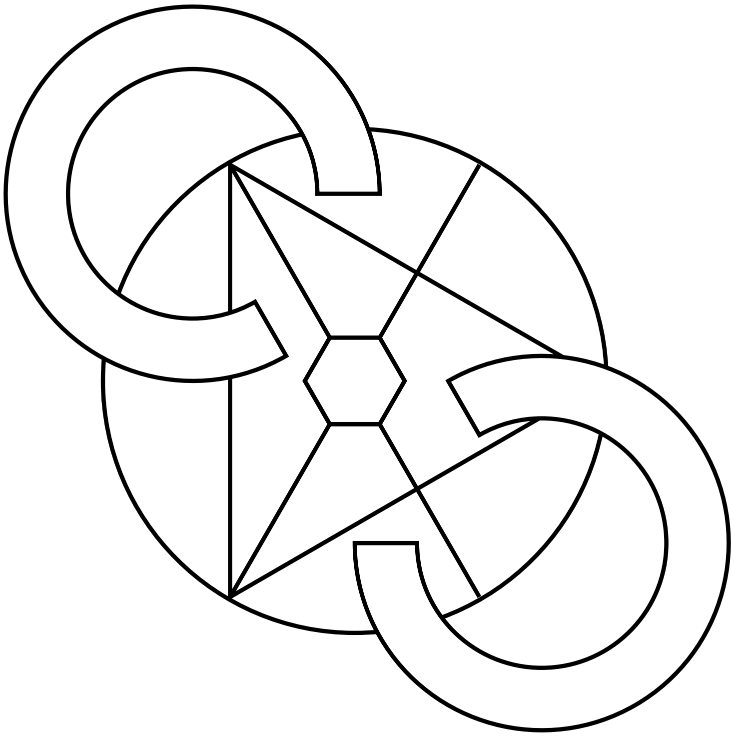
   Par contre à droite, le coloriage a mal débuté, il ne sera pas possible de le terminer avec seulement 4 couleurs !

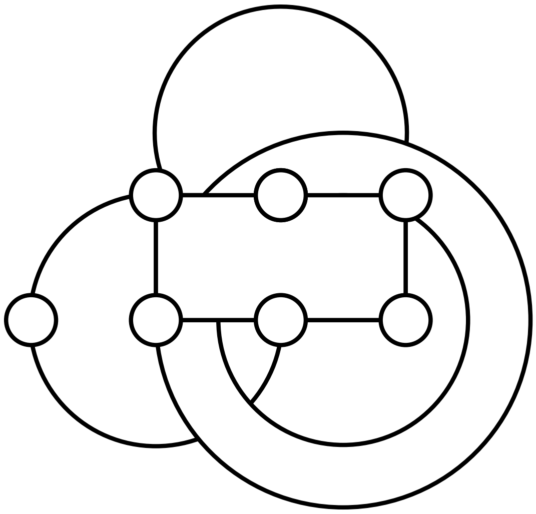


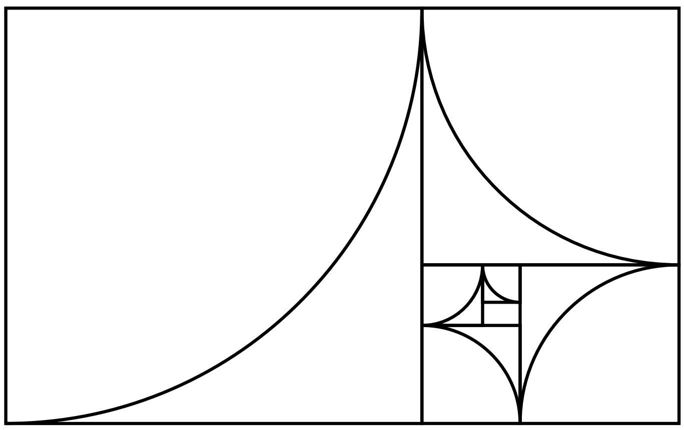


   Colorie les cartes suivantes en utilisant seulement 4 couleurs et en respectant la règle de ne pas colorier deux pays voisins de la même couleur.





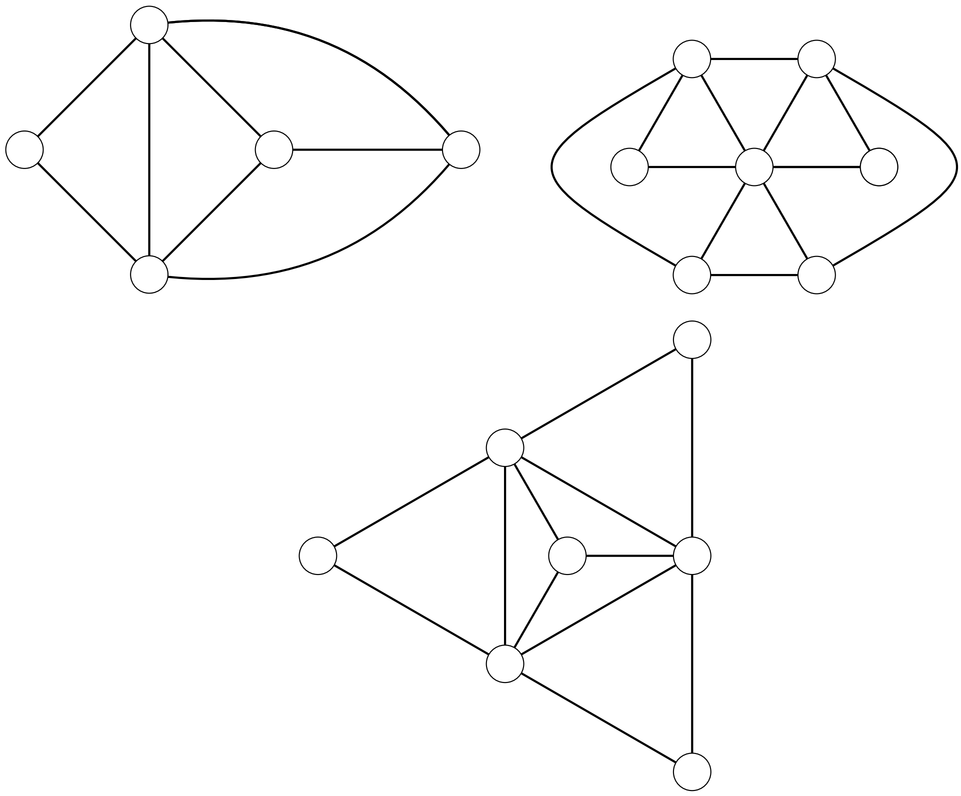




4. En termes de graphes, le théorème des 4 couleurs s'énonce ainsi :

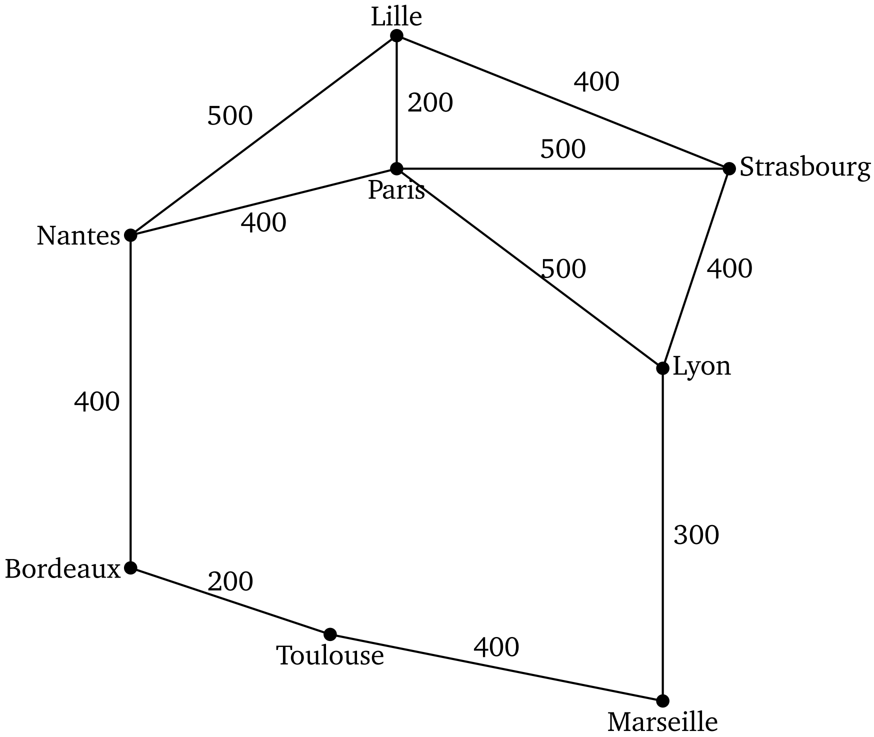
   Il est toujours possible de colorier les sommets d'un graphe du plan avec seulement 4 couleurs, de sorte que deux sommets reliés par une arête ne soient pas coloriés de la même couleur.

Colorie les sommets des graphes suivants en utilisant seulement 4 couleurs.



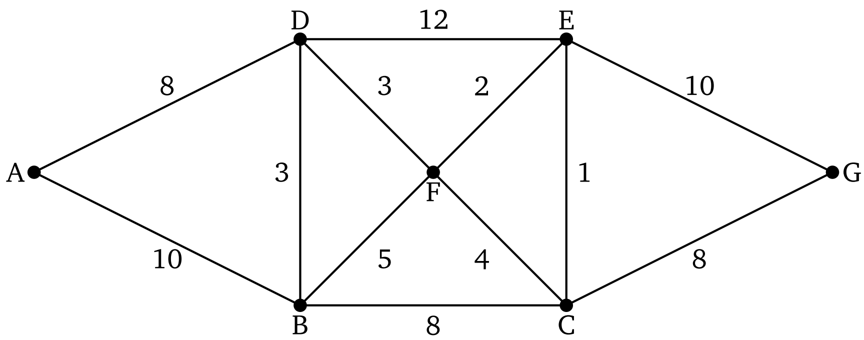
5. Construis un exemple (simple) de carte et de graphe qui ne peut pas être colorié avec seulement 3 couleurs. Prouve ton affirmation.

Activité 2 (Parcours d'un graphe)**.**
On considère des villes reliées par des routes. Chaque ville est représentée par un sommet. Si une route relie deux villes, alors on trace une arête entre les deux sommets. En plus sur cette arête on écrit la distance entre les deux villes (en km).
Voici par exemple quelques villes de France :



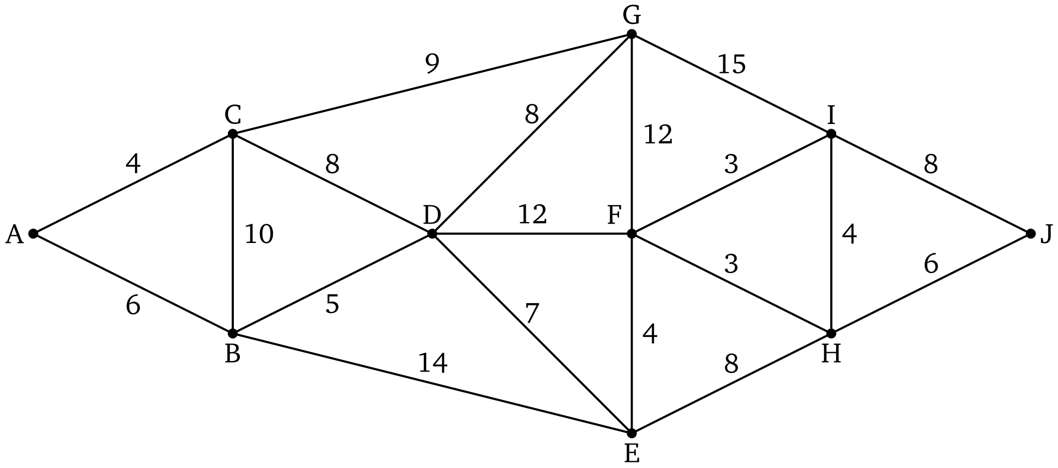
La route de Lille à Paris est longue de 200 km. Si je veux aller de Lille à Marseille, je peux suivre la route : Lille - Paris - Lyon - Marseille pour un total de 1000 km, je peux aussi passer par Strasbourg (Lille - Strasbourg - Lyon - Marseille) pour un trajet plus long, avec un total de 1100 km. Je pourrais aussi trouver des trajets encore plus longs en passant par Nantes... (Note que ce n'est pas la longueur de l'arête qui donne la distance, mais bien le nombre associé à l'arête.)

1.



   (a) Trouve deux chemins qui vont de A à G avec moins de 25 km.
   (b) Il existe un chemin de A à G de seulement 22 km. Saurais-tu le trouver ?
   (c) Trouve un chemin qui part de A et revient à A et qui parcourt une unique fois toutes les arêtes (mais il est possible de passer plusieurs fois par le même sommet).

2.

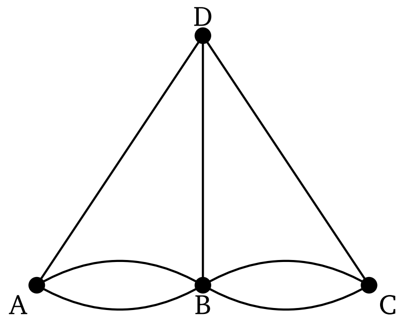


(a) Trouve deux chemins qui vont de A à J avec moins de 34 km.

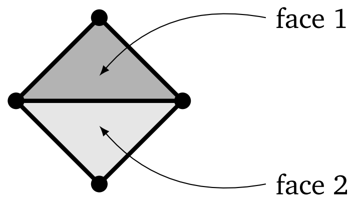
(b) Il existe un chemin de A à J de seulement 31 km. Saurais-tu le trouver ?

(c) Trouve un chemin qui part de D et arrive à F et qui parcourt une unique fois toutes les arêtes (mais il est possible de passer plusieurs fois par le même sommet).

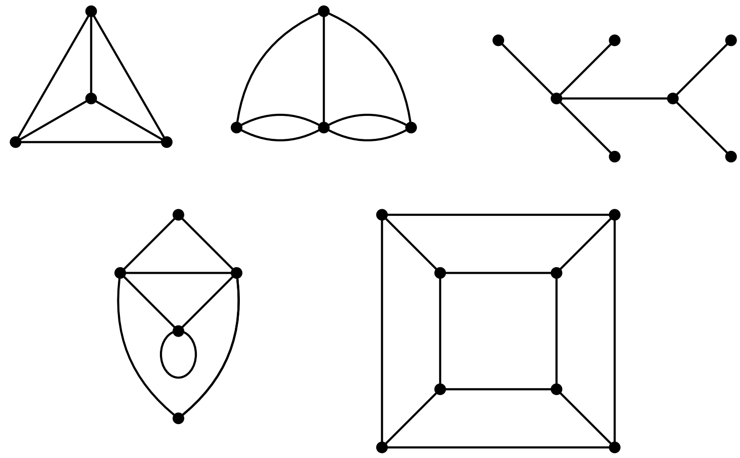
3. Montre que pour le graphe suivant, il n'est pas possible de trouver un chemin qui part de A, revient à A, et qui parcourt une unique fois toutes les arêtes. Pour t'aider à justifier, compte le nombre d'arêtes qui partent de chaque sommet.



Activité 3 (Caractéristique d'Euler)**.**
Pour un graphe du plan, on compte le nombre de sommets (S), le nombre d'arêtes (A) ainsi que le nombre de faces (F). Les *faces* sont les parties du plan à l'intérieur du graphe.
Par exemple pour ce graphe il y $S = 4$ sommets, $A = 5$ arêtes, et $F = 2$ faces.



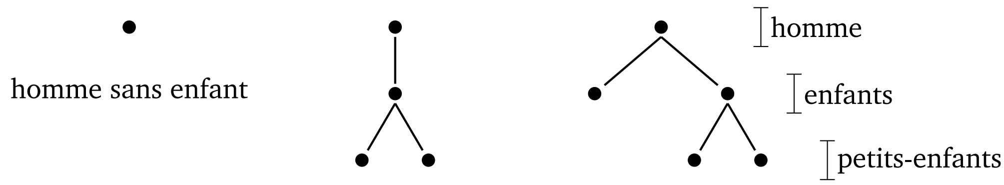
1. Pour chacun des graphes suivants calcule A, S et F.



2. La formule d'Euler est une relation qui affirme que $S - A + F$ a toujours la même valeur, quel que soit le graphe du plan. Trouve cette valeur en te basant sur les exemples précédents :

$$\boxed{S - A + F \quad = \qquad\qquad}$$

Activité 4 (Arbre binaire)**.**
Un homme a 0, 1 ou 2 enfants. Ses enfants (s'il en a) ont aussi 0, 1 ou 2 enfants. On représente la situation par un graphe, comme un arbre généalogique.
Par exemple de gauche à droite : nous avons l'homme sans enfant, l'homme avec un seul enfant et deux petits-enfants, l'homme avec deux enfants (le premier, sur sa gauche sans enfant, le second, sur sa droite, avec deux enfants).



1. Représente toutes les situations possibles.
2. L'homme ayant 2 enfants, a-t-il plus de chance d'avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 petits-enfants ? (On supposera que toutes les situations se produisent avec la même probabilité.)

Feuille 13

Bases de données

Première partie. La bibliothèque.

Voici les tables qui enregistrent les livres, les lecteurs et les emprunts d'une bibliothèque.

Table 1 : Livres

Titre avec année de parution.

Identifiant	Titre	Année
L1	Harry Cover 1	2005
L2	Anselme Lupin, le cambrioleur	1965
L3	L'énigme de la chambre verte	1912
L4	Le voleur des anneaux 1	1984
L5	Harry Cover 2	2007
L6	Convergente	2014
L7	L'aiguille vide	1956
L8	Le jeu de la fin	2012
L9	Bilboquet le hobbit	1991
L10	Le voleur des anneaux 2	1987

Table 2 : Auteurs

Nom et année de naissance.

Identifiant	Nom	Année
A1	Lenoir	1905
A2	Rolling	1974
A3	Levert	1912
A4	Colline	1990
A5	Trollquin	1942
A6	Rosse	1990

Table 3 : Emprunteurs

Prénom et année de naissance.

Identifiant	Prénom	Année
E1	Amandine	2005
E2	Valentin	2003
E3	Victor	2007
E4	Sonia	2006
E5	Benjamin	2006
E6	Junior	2001
E7	Clémence	2003
E8	Nadia	2003

Table 4 : Livres–Auteurs

Id. livre	Id. auteur
L2	A1
L4	A5
L1	A2
L8	A6
L7	A1
L10	A5
L8	A4
L6	A4
L3	A3
L5	A2
L6	A6
L9	A5

Table 5 : Livres–Emprunteurs

Id. livre	Id. emprunteur
L4	E1
L5	E4
L8	E7
L7	E3
L10	E7
L1	E4
L6	E2
L9	E1

Activité 1.

Dans cet exercice on utilise seulement les tables 1, 2 et 3.

1. Quel est le titre du livre paru en dernier ?
2. Quels sont les livres parus à 100 ans d'écart ?
3. Combien de livres ont été publiés après 1980 ?
4. Quel est l'identifiant de l'auteur né juste après Trollquin ?

5. Quel est le prénom de l'emprunteur le plus jeune.
6. Quels sont les prénoms des emprunteurs nés après 2004, classés par ordre alphabétique ?
7. Quels sont les emprunteurs filles, classées par âge croissant ?

Activité 2.
Dans cet exercice on utilise aussi les tables 4 et 5.

- La première ligne de la table 4 signifie que le livre « L2 » a pour auteur « A1 ». Un livre peut avoir plusieurs auteurs, et un auteur peut écrire plusieurs livres.
- La première ligne de la table 5 signifie que le livre « L4 » est emprunté par « E1 ». Un livre ne peut être emprunté que par une personne, mais il est possible d'emprunter plusieurs livres !

1. Quel est le nom de l'auteur du livre « L7 » ?
2. Quel est le titre du livre écrit par « Levert » ?
3. Combien de livres a écrit « Trollquin » ?
4. Quels livres ont plusieurs auteurs ?
5. Quels livres a empruntés Amandine (classé par ordre ordre alphabétique du titre) ?
6. Quels livres ne sont pas empruntés (classés par date de parution) ?
7. Qui est fan d'Harry Cover ?
8. Qui a emprunté le livre le plus récent ?
9. Classe les emprunteurs, en commençant par celui qui a le plus de livres, si deux personnes ont emprunté le même nombre de livres, on commence par le plus jeune.

Activité 3.
On utilise un langage spécifique pour obtenir des réponses à partir des tables. Par exemple la requête :

selectionner **Titre** dans la table **Livres**

renvoie toute la colonne *Titre* de la table *Livres*.

1. Écrire le résultat de la requête :

   selectionner **Nom** dans la table **Auteurs**
2. Écrire le résultat de la requête, où on impose une condition :

   selectionner **Prénom** dans la table **Emprunteurs**
   avec **Année** $\geqslant 2005$
3. Écrire le résultat de la requête, où on trie en plus les résultats :

   selectionner **Titre** dans la table **Livres**
   avec **Année** $\leqslant 1980$
   trier par ordre alphabétique

Seconde partie. Le cinéma.
Voici les tables qui enregistrent les films, les salles, les horaires et les séances d'un cinéma.

Table 1 : Films
Titre et durée (en minutes).

Identifiant	Titre	Durée
F1	L'homme scarabée	120
F2	La guerre des planètes	90
F3	Superfemme	100
F4	Le retour du Jedaï	120
F5	La vengeance du Jedaï	100
F6	Le monde préhistorique perdu	110
F7	Bateau contre iceberg	130
F8	Rapide et pas content	100
F9	L'homme fer à repasser	90
F10	Jacques Bon	90

Table 2 : Salles
Salle avec le nombre de personnes qu'elle peut accueillir.

Identifiant	Capacité
S1	210
S2	180
S3	170
S4	200
S5	210
S6	180

Table 3 : Créneaux
Jour et heure d'ouverture.

Identifiant	Jour	Heure
C1	Mardi	18h00
C2	Mardi	21h00
C3	Mercredi	14h00
C4	Mercredi	19h00
C5	Samedi	19h00
C6	Samedi	20h00
C7	Dimanche	11h00
C8	Dimanche	18h00
C9	Dimanche	21h00

Table 4 : Séances
Une séance est définie par un créneau, une salle et un film

Id. créneau	Id. salle	Id. film
C1	S3	F3
C2	S6	F7
C2	S1	F3
C3	S3	F1
C4	S5	F6
C4	S2	F7
C5	S5	F2
C6	S1	F4
C6	S5	F10
C7	S2	F3
C8	S6	F7
C8	S3	F3
C9	S5	F4

Voici, par exemple, ce que signifie la première ligne de la table 4 : le mardi à 18h00 (créneau C1), dans la salle 3 (salle S3), est projeté le film « Superfemme » (film F3).

Activité 4.
À l'aide des tables ci-dessus, réponds aux questions suivantes.

1. Quels jours passe le film « Bateau contre iceberg » ?
2. Quels sont les films projetés le mercredi ?
3. Quel est le film le plus long passant à 19h00 ?
4. Quelle salle n'est jamais utilisée ?
5. Quel film est projeté le plus souvent ?
6. Quels films sont projetés le samedi et le dimanche (classés par ordre alphabétique du titre) ?
7. Quels films ne sont pas projetés (classés par ordre alphabétique inverse de leur titre) ?

Activité 5.

1. Écrire le résultat de la requête qui renvoie deux colonnes :

   selectionner **Jour** et **Heure** dans la table **Créneaux** avec **Heure** = 21h00

2. Écrire le résultat de la requête qui renvoie deux colonnes :

   selectionner **Identifiant** et **Capacité** dans la table **Salles**
   trier par ordre croissant de **Capacité**

3. Écrire une requête (ainsi que le résultat) qui permet de sélectionner les films et la durée, classés par durée croissante.

4. Écrire une requête (ainsi que le résultat) qui permet de sélectionner l'identifiant et la capacité des salles ayant une capacité $\geqslant 200$.

Activité 6.

1. Complète la table 4 pour ajouter une séance : le film « La vengeance du Jedaï », dans la salle 6, dimanche à 11h00.

2. Complète la table 4 pour ajouter une séance : le film « Le monde préhistorique perdu », dans la salle 3, mardi à 21h00.

3. Complète la table 1 et la table 4 pour ajouter la projection du film « Avatariendutou » d'une durée de 1h40, le samedi à 20h00, en salle 7.

Feuille 14

Pixels

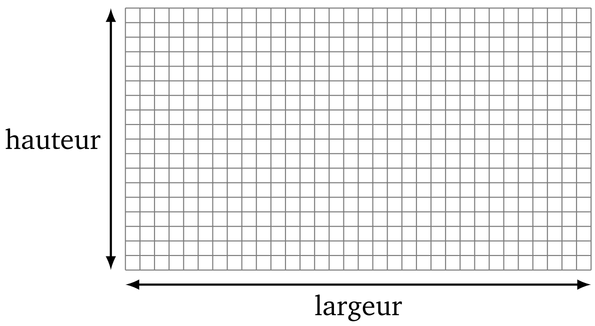
Un *pixel* c'est l'unité graphique de base pour une image ou un écran. Il peut être noir ou blanc, ou en couleur.

Activité 1.
La *taille* d'un écran ou d'une image, c'est la donnée de sa largeur et de sa hauteur, exprimées en pixels, que l'on écrit sous la forme : largeur × hauteur. Le *rapport d'image*, c'est le quotient de la largeur par la hauteur :

$$\text{rapport d'image} = \frac{\text{largeur}}{\text{hauteur}}$$

Par exemple, si un écran est de taille 1024×768, cela signifie que chaque ligne contient 1024 pixels et que chaque colonne 728 pixels. Le rapport d'image est

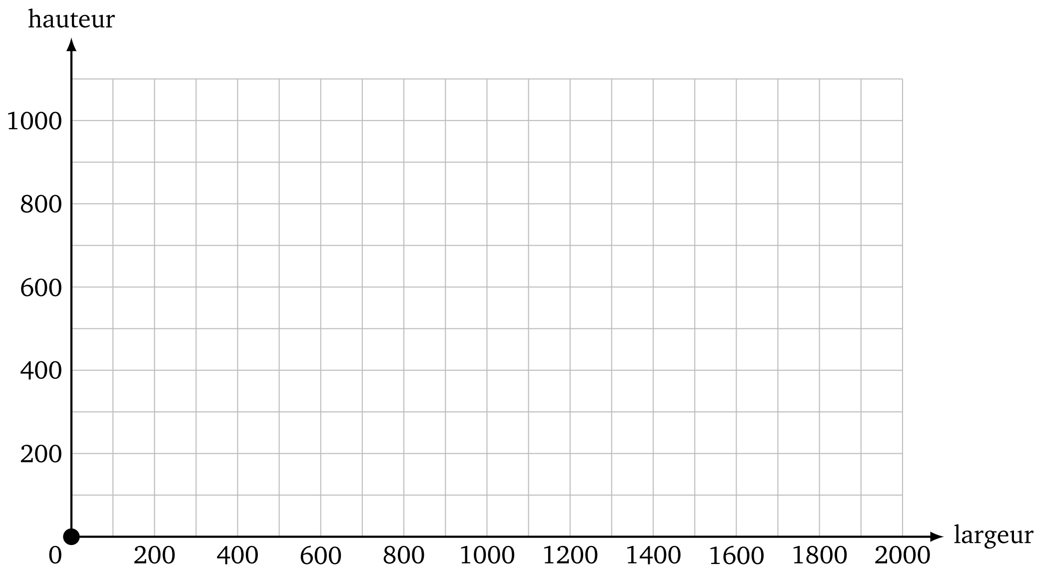
$$r = \frac{1024}{768} = \frac{4}{3} \simeq 1,33$$



1. Complète le tableau suivant qui répertorie des tailles d'écrans ou d'images classiques.

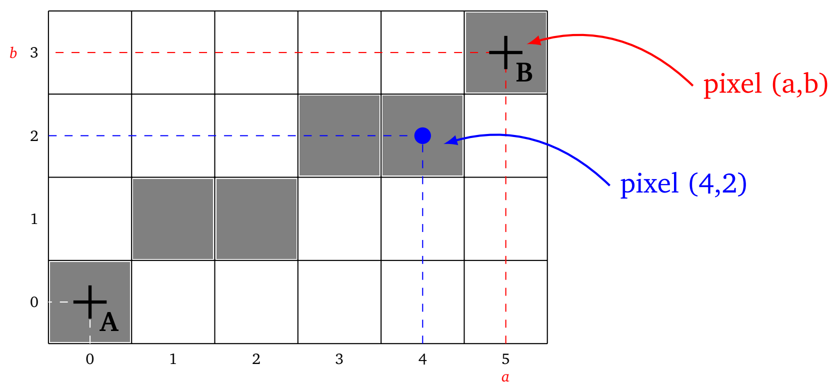
Nom du format	largeur	hauteur	rapport (fraction)	rapport (approché)
XGA	1024	768	4/3	1,33
Full HD	1920	1080		
VGA		480	4/3	
SXGA	1280		5/4	
CGA	320	200		
HD720		720	16/9	
SVGA	800		4/3	
Image format Cinemascope	1024	430		

2. Reporte les tailles du tableau précédent sur un même graphique. Chaque taille sera représentée par un point, avec en abscisse la largeur et en ordonnée la hauteur. Comment reconnaît-on sur ce graphique des écrans qui ont le même rapport d'image ?



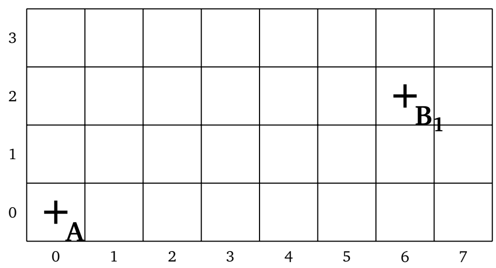
Le reste de cette fiche est consacré au tracé d'une droite sur un écran composé de pixels par l'algorithme de Bresenham.

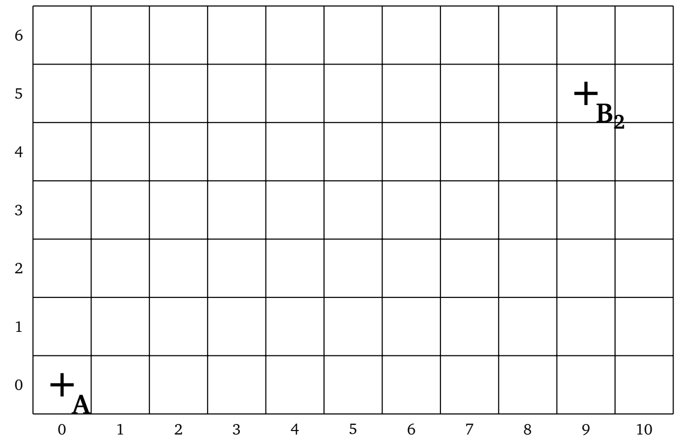
Nous allons voir quels pixels il faut colorier pour représenter un segment qui relie le point $A(0,0)$ au point $B(a,b)$. On se place dans la situation où le segment est « plus horizontal que vertical » (c'est-à-dire $a \geqslant b \geqslant 0$). Un pixel est représenté par un petit carré. On repère un pixel par les coordonnées de son centre.

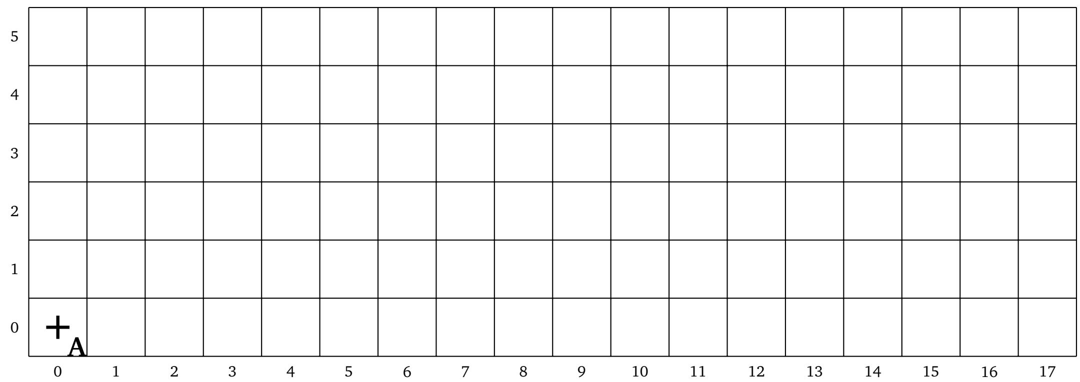


Activité 2 (Algorithme de Bresenham graphique)**.**

1. Sur les dessins suivants, trace au crayon fin le segment $[AB]$. Colorie en gris clair tous les pixels traversés par ce segment.
   - Premier segment. $A = (0,0)$, $B_1 = (6,2)$.
   - Deuxième segment. $A = (0,0)$, $B_2 = (9,5)$.
   - Troisième segment. $A = (0,0)$, $B_3 = (14,4)$.

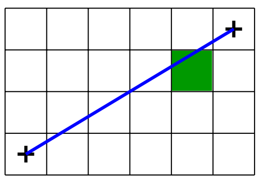




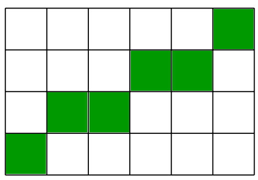


2. Nous allons découvrir une nouvelle façon de représenter le segment $[AB]$ en introduisant les règles suivantes :
   - **Règle a.** Le pixel colorié doit être traversé par le segment $[AB]$.
   - **Règle b.** Chaque colonne doit contenir exactement un pixel colorié.
   - **Règle c.** On ne peut monter (ou descendre) que d'un pixel colorié à la fois.

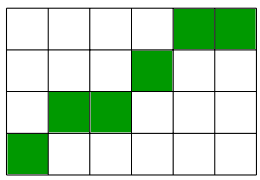
   et qui sont illustrées ci-dessous :



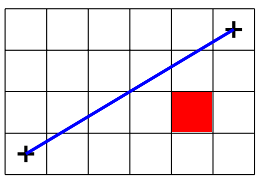
Règle a. respectée.



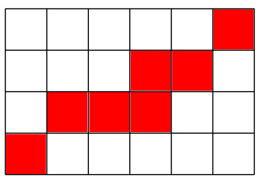
Règle b. respectée.



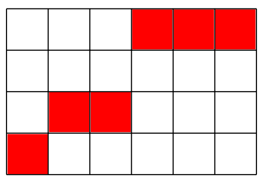
Règle c. respectée.



Règle a. non respectée.

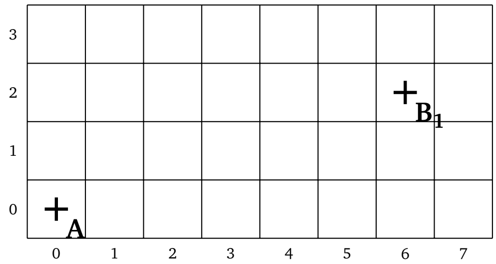


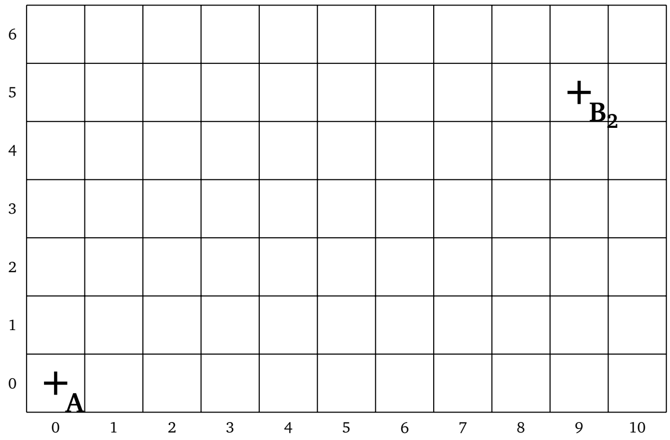
Règle b. non respectée.

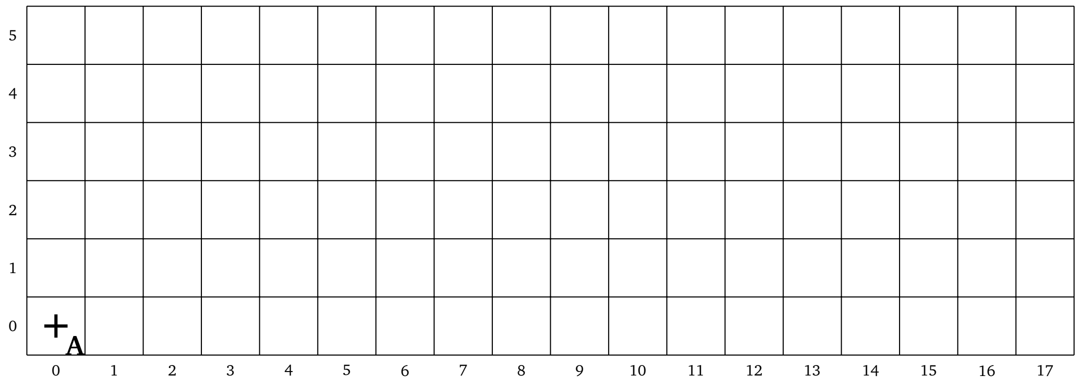


Règle c. non respectée.

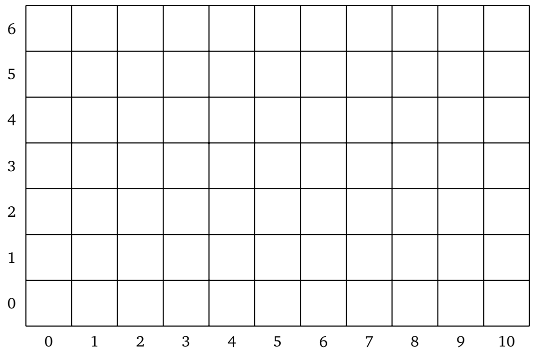
   (a) Reprends les trois exemples de la question précédente en appliquant ces trois règles.

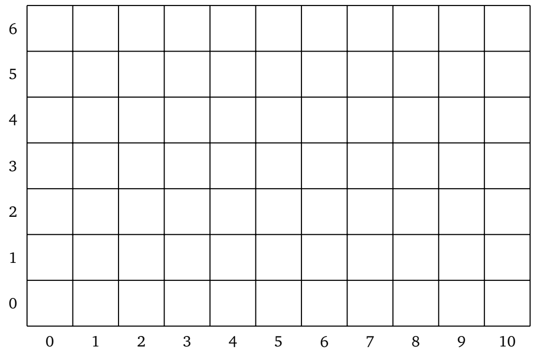




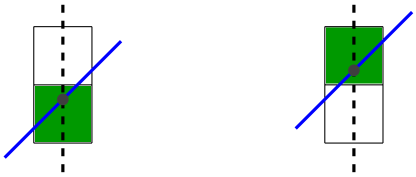


(b) Trouve un exemple de segment que l'on peut pixelliser de deux façons différentes en respectant cependant les trois règles.

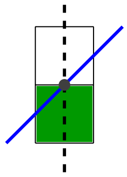




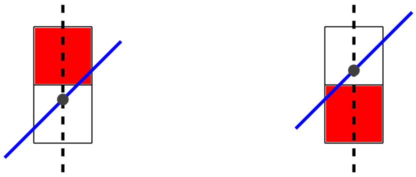
3. Pour avoir une unique façon d'afficher les pixels d'un segment, il faut une quatrième règle.
   - **Règle d.** En cas de choix, le pixel colorié est celui qui contient le point d'intersection du segment $[AB]$ avec la droite verticale passant par son centre.



Règle d. respectée.



Règle d. dans le cas limite.



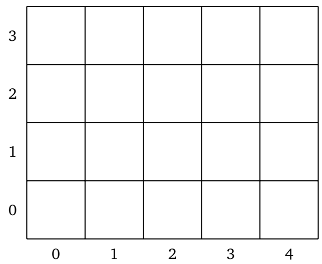
Règle d. non respectée.

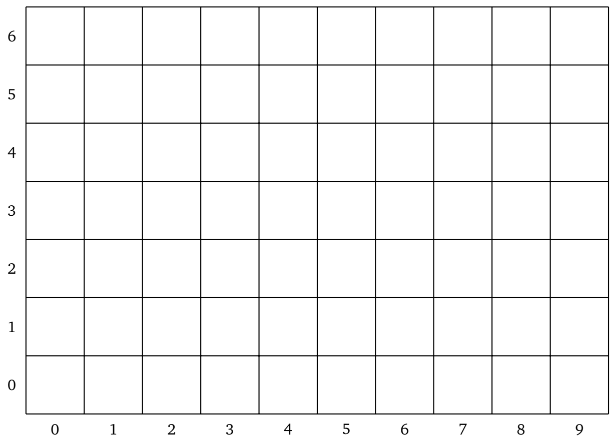
Ajout à la règle d. Dans le cas où l'intersection est située exactement sur le bord des deux pixels, on choisit celui du bas.

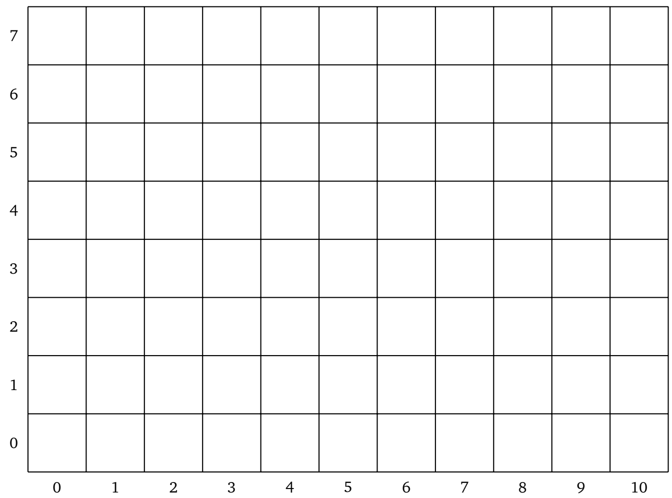
En fait, la règle **d** contient, a elle toute seule, les trois autres règles **a**, **b** et **c**. La règle **d** est naturelle : elle stipule que si, sur une même colonne, le segment $[AB]$ coupent deux pixels, alors il faut colorier celui qui contient la plus grande portion du segment $[AB]$.

Colorie les pixels qui permettent de représenter le segment $[AB]$ en respectant les quatre règles.

- Premier segment. $A = (0,0)$, $B_1 = (4,3)$.
- Deuxième segment. $A = (0,0)$, $B_2 = (9,6)$.
- Troisième segment. $A = (0,0)$, $B_3 = (10,7)$.





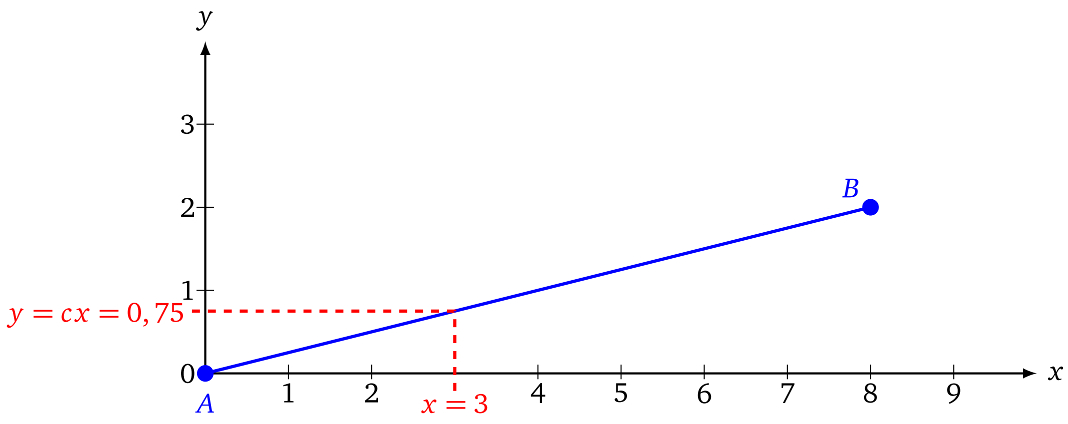


Activité 3 (Algorithme de Bresenham à l'aide de réels)**.**
Une équation de la droite qui passent par $A(0,0)$ et $B(a,b)$ est

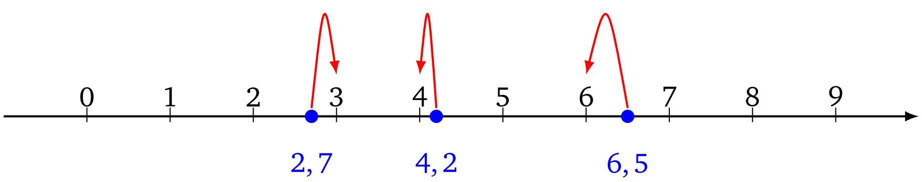
$$\boxed{y = cx \qquad \text{où} \qquad c = \frac{b}{a}.}$$

L'équation permet de calculer les coordonnées des points de la droite. Quelle est l'ordonnée y du point d'abscisse x qui se trouve sur cette droite ? C'est tout simplement $y = cx$!

Exemple.
$A(0,0)$ et $B(8,2)$. Alors $c = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$. On veut savoir quel point de coordonnées (x,y) de la droite (AB) a pour abscisse $x = 3$. On calcule $y = cx$: $y = 0,25 \times 3 = 0,75$. Donc le point cherché est le point de coordonnées $(3;0,75)$.



1. On fixe $A(0,0)$ et $B(10,6)$.
   (a) Calcule le coefficient c et donne l'équation de la droite (AB).
   (b) Quel point P_1 de la droite (AB) a pour abscisse $x = 3$?
   (c) Quel point P_2 de la droite (AB) a pour abscisse $x = 4,6$?
   (d) Trace la droite (AB) et place les points P_1 et P_2.
2. Les coordonnées des pixels sont des entiers et non des réels. Pour approcher un réel par un entier, on utilise la fonction « arrondi ». L'*arrondi* d'un réel, c'est l'entier le plus proche du réel. Par exemple :
   - l'arrondi de $x = 2,7$ est 3 (car 3 est l'entier le plus proche de 2,7) ;
   - l'arrondi de $x = 4,2$ est 4 ;
   - si le réel est exactement entre deux entiers, par exemple $x = 6,5$, alors on choisit l'entier le plus petit : arrondi$(6,5) = 6$.



Calcule les arrondis des nombres suivants :

$$1,3 \qquad 7,8 \qquad 10,45 \qquad 45,076 \qquad \frac{7}{3} \qquad \frac{3}{8} \qquad 5,8 \times 7 \qquad 1,3 \times 2,4$$

3. Les pixels qui représentent le segment $[AB]$ sont les pixels (i, j) où

$$\boxed{j = \text{arrondi}(c \times i) \qquad \text{pour} \qquad i = 0, 1, 2, \dots, a}$$

On colorie donc pour chaque abscisse (ou colonne) i entre 0 et a, un seul pixel d'ordonnée j.

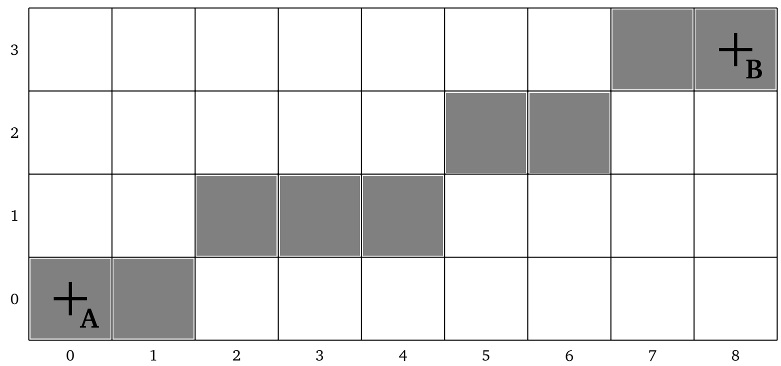
(a) Pour $c = 0,7$, quel pixel faut-il colorier pour la colonne $i = 4$? Et pour la colonne $i = 5$? Et pour $i = 6$?

(b) Pour $B = (5, 3)$, calcule c. Calcule $j = \text{arrondi}(c \times i)$ pour $i = 0$, puis $i = 1$, $i = 2$,..., $i = 5$, c'est-à-dire calcule arrondi$(c \times 0)$, arrondi$(c \times 1)$, arrondi$(c \times 2)$,... Colorie les pixels (i, j) correspondants.

(c) Pour $B = (10, 7)$ colorie les pixels représentant le segment $[A, B]$. Compare avec l'exercice précédent.

Dans l'exercice précédent, les calculs sont faits en utilisant des nombres réels. Lorsqu'il faut afficher beaucoup de segments, cette méthode est trop lente. Une méthode plus rapide est d'utiliser uniquement des entiers. C'est le véritable algorithme de Bresenham !

Activité 4 (Algorithme de Bresenham avec des entiers).
Voici comment les ordinateurs tracent le segment allant de $A(0, 0)$ à $B(a, b)$, où $a \geqslant b \geqslant 0$ sont des entiers. Les calculs se font uniquement avec des nombres entiers.



On commence par définir deux valeurs fixes :

$$\boxed{p = 2b \qquad \text{et} \qquad m = 2a - 2b.}$$

On initialise une variable d à

$$\boxed{d = 2b - a}$$

On va faire ensuite faire varier la valeur de d et on affichera les pixels selon le signe de d ; p servira à augmenter d lorsque d est négatif ; m servira à diminuer d lorsque d est positif.

On commence en coloriant le pixel $(0, 0)$ (celui du point A), on initialise la variable d à $d = 2b - a$, puis on répète le processus suivant :

- Si $d \leqslant 0$:
  — on colorie le pixel à droite (à l'est) de l'actuel sans changer de hauteur et on s'y déplace,

— puis on change la valeur de d, on l'augmente de p, c'est-à-dire : $d \leftarrow d + p$.

- Si $d > 0$:

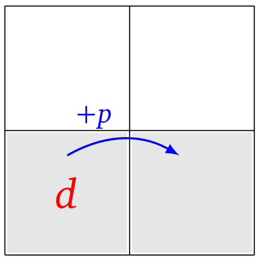
  — on colorie le pixel en haut à droite (au nord-est) de l'actuel et on s'y déplace,

  — puis on change la valeur de d, on la diminue de m, c'est-à-dire : $d \leftarrow d - m$.

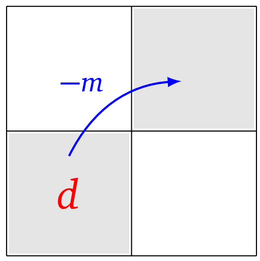
On s'arrête lorsque l'on atteint le point B.

Voici comment utiliser l'algorithme, on écrit d dans la case déjà coloriée.

- Si $d \leqslant 0$, le pixel suivant sera juste à droite et pour obtenir la nouvelle valeur de d, on lui ajoute p.
- Si $d > 0$, le pixel suivant sera au dessus à droite et pour obtenir la nouvelle valeur de d, on lui retire m.



Cas $d \leqslant 0$.



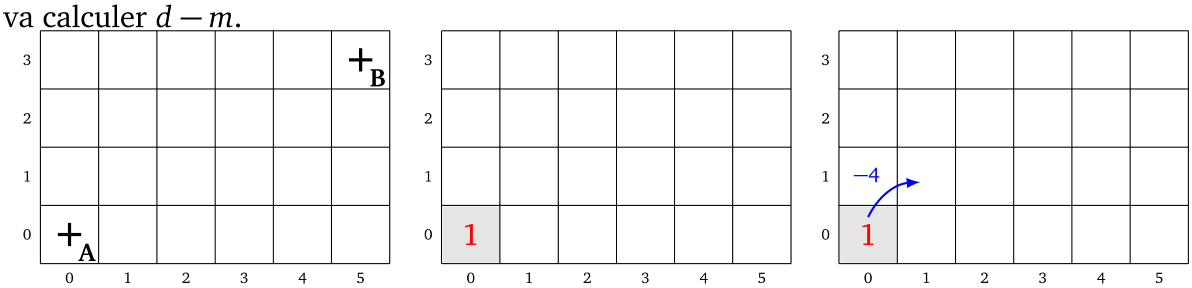
Cas $d > 0$.

Exemple.

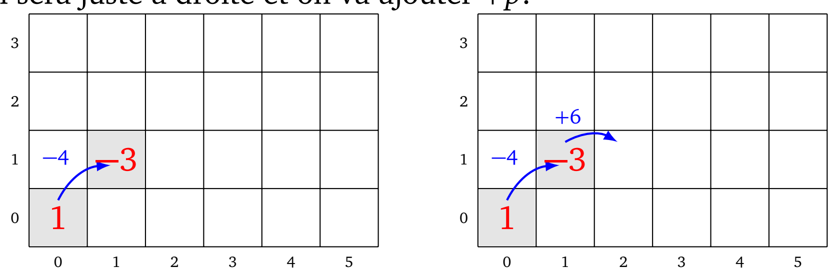
Traçons le segment de $A(0,0)$ à $B(5,3)$. On a donc $a = 5$, $b = 3$ puis

$$\boxed{p = 2b = 6 \qquad \text{et} \qquad m = 2a - 2b = 4.}$$

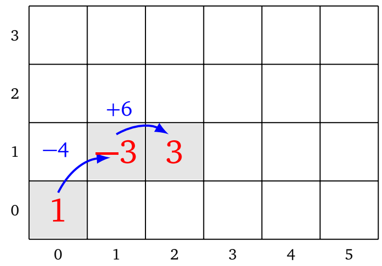
- On place la valeur initiale $d = 2b - a = 1$ dans le pixel $(0,0)$. Comme d est positif le prochain pixel sera en haut à droite. On trace une flèche vers ce pixel avec $-m$ sur la flèche, car on va calculer $d - m$.

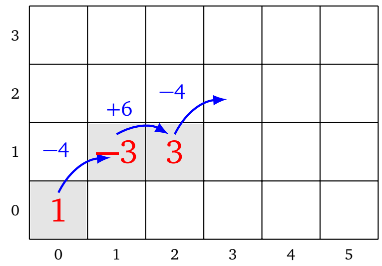


- Dans cette nouvelle case, on place $d - m = 1 - 4 = -3$. La valeur de d est donc négatif, le prochain pixel sera juste à droite et on va ajouter $+p$.

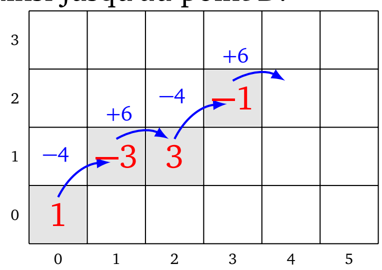


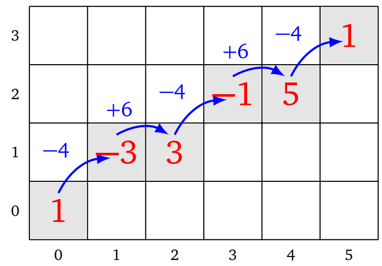
- Le nouveau d est donc $d = -3 + 6 = +3$. Le prochain pixel sera donc celui au nord-est et on va diminuer d en calculant $d - m$.



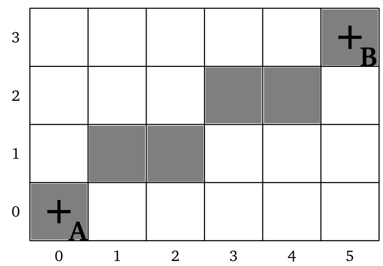


- On continue ainsi jusqu'au point B.

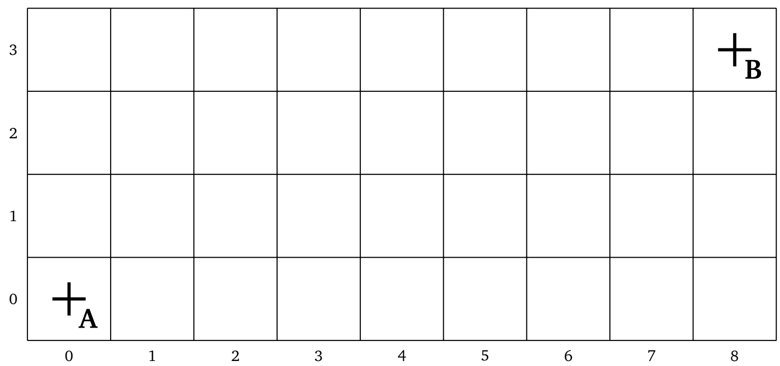




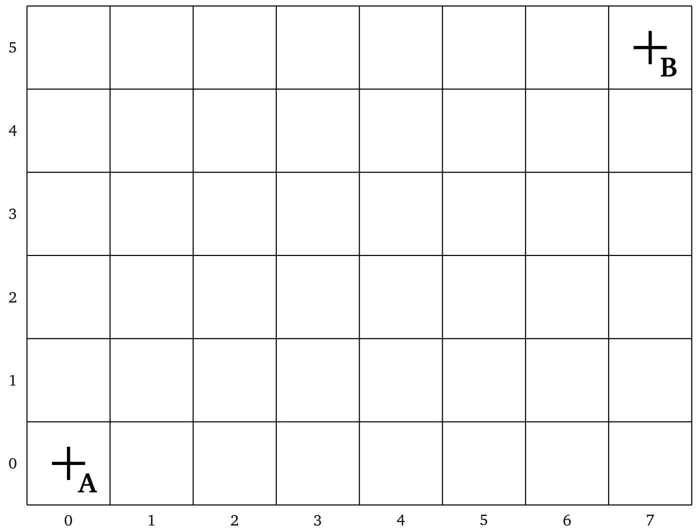
On colorie tous les pixels visités.



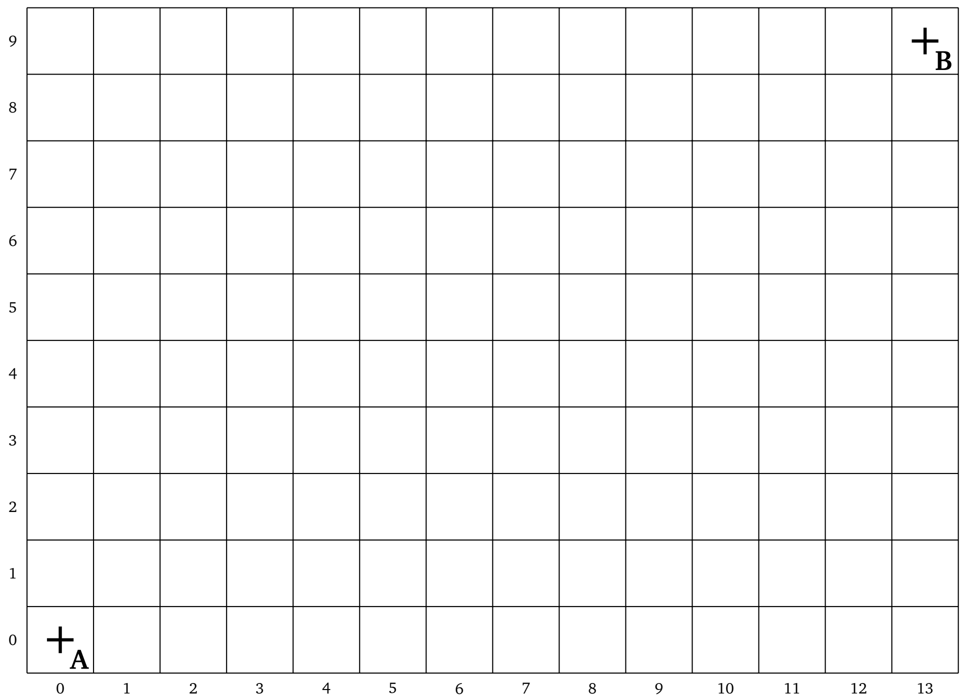
1. Utilise l'algorithme de Bresenham pour tracer les pixels du segment $A(0,0)$ à $B(8,3)$.



2. Même question avec $B(7,5)$.



3. Même question avec $B(13,9)$.



Feuille 15

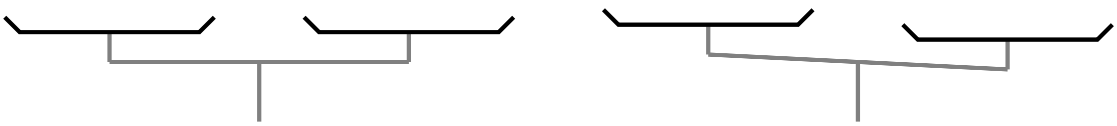
Diviser pour régner

Divide et impera : divise et tu régneras ! Il s'agit de séparer un problème compliqué en plusieurs tâches simples, que l'on traite une à une ou bien en même temps.

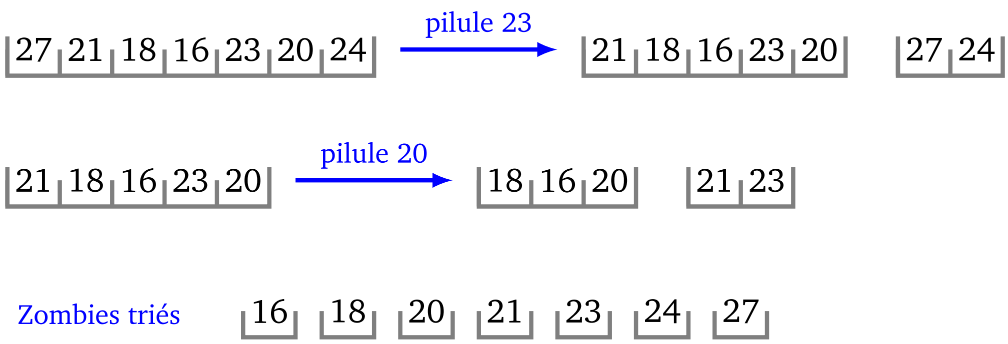
Activité 1 (L'attaque des zombies)**.**

1. Tu es le dernier humain dans une ville envahie par 127 zombies. Heureusement tu as concocté suffisamment d'antidotes pour tous les sauver. Il faut 5 minutes pour attraper un zombie, le ligoter, lui faire avaler l'antidote, qu'il redevienne un gentil humain et soit libéré. Au bout de combien de temps n'y aura-t-il plus de zombies ?
2. Tu as fabriqué 1024 boîtes d'antidotes. Malheureusement, tu te rends compte que l'une d'entre elles n'a pas la bonne formule et que son utilisation risque de compromettre ta mission. Heureusement, la mauvaise boîte pèse plus lourd que les autres. Pour la trouver, tu disposes d'une grande balance mais de très peu de temps. Combien de pesées sont nécessaires pour trouver la boîte ?

   Sur la figure de gauche, on a placé le même poids sur le plateau de gauche et celui de droite : la balance est à l'équilibre. Sur la figure de droite, le poids sur le plateau de droite est plus lourd : la balance penche vers la droite.



3. J'ai inventé un nouveau type de pilule afin de trier les zombies par âge. Si je donne à chaque zombie d'un groupe la pilule numéro 23, alors les zombies se séparent en deux sous-groupes : ceux âgés de 23 ans ou moins à gauche et ceux âgés de plus de 23 ans à droite. (Par contre l'odre des deux nouveaux sous-groupes est le même que dans le groupe d'origine.)



Je peux ensuite traiter chaque sous-groupe séparément et je sais fabriquer des pilules pour tous les âges. Je veux trier les zombies du plus jeune au plus vieux en utilisant le moins de pilules possible.

(a) Trouve une méthode pour trier le groupe de zombies, dont voici les âges :

$$[22, 21, 30, 17, 20, 15, 25, 19]$$

Quelles sont les pilules que tu utilises ? De combien de pilules as-tu besoin en tout ? En as-tu trouvé moins que ton voisin ?

(b) Même question avec $[19, 28, 24, 31, 17, 16, 26, 18]$.

(c) J'ai 1024 zombies à trier. Combien me faudra-t-il fabriquer de pilules ?

Activité 2 (Le jeu des devinettes)**.**
Tu connais le jeu des devinettes : l'ordinateur tire au hasard un nombre entre 0 et 64. Le joueur propose un nombre et l'ordinateur répond « Le nombre à trouver est plus grand » ou « Le nombre à trouver est plus petit » jusqu'à ce que le joueur trouve le bon nombre.
J'adopte la stratégie suivante : je commence par proposer le nombre 32 (au milieu entre 0 et 64). Ensuite (si ce n'est pas le bon nombre), je propose ou bien le milieu entre 0 et 32 ou bien le milieu entre 32 et 64. Je recommence jusqu'à trouver le bon nombre.

1. Avec cette stratégie, quels sont les nombres pour lesquels je vais gagné en 2 propositions ? Et en 3 propositions ?
2. De combien de propositions aurais-je besoin au maximum ? Quels sont les nombres qui nécessitent le maximum de propositions ?
3. Si je devais deviner un nombre entre 0 et 1024 avec le même principe, de combien de propositions aurais-je besoin au maximum ?

Activité 3 (Les balles de verre)**.**
Pour tester des balles faites avec un nouveau verre très solide, je les lance depuis les étages d'un gratte-ciel de 100 étages (numérotés de 1 à 100). Je veux savoir exactement à partir de quel étage la balle se brise. Par exemple, si la balle ne se brise pas lorsqu'elle est lâchée du 17ème étage, je peux ensuite tenter de la lâcher depuis le 22ème, si elle se brise c'est que l'étage cherché est l'un des suivants : 18, 19, 20, 21 ou 22.

1. Je dispose d'une seule balle. Il n'y a qu'une seule stratégie pour être sûr de déterminer à partir de quel étage la balle éclate. Quelle est cette stratégie ? Combien de fois dois-je lancer la balle dans le pire des cas ?
2. Je dispose maintenant de deux balles parfaitement identiques. Lorsque la première est brisée, j'utilise la seconde. Cherche une stratégie qui permet de détecter exactement à partir de quel étage les balles se brisent. Trouve d'abord une stratégie qui utilise moins de 20 lâchers (quel que soit l'étage où les balles se brisent). Sauras-tu trouver une stratégie à moins de 18 lâchers ?

Activité 4 (La multiplication fantastique de Karatsuba)**.**
Première partie. La multiplication habituelle.
Voici comment on calcule habituellement le produit de deux nombres à deux chiffres. Prenons par exemple 75×43 :

- Tout d'abord, on écrit $75 = 7 \times 10 + 5$ et $43 = 4 \times 10 + 3$.
- Ensuite on développe le produit :

$$75 \times 43 = (7 \times 10 + 5) \times (4 \times 10 + 3) = 7 \times 4 \times 100 \; + \; (7 \times 3 + 5 \times 4) \times 10 \; + \; 5 \times 3$$

- Comptons le nombre de multiplications qu'il reste à faire. On ne va pas compter les multiplications du type $\times 10$ ou $\times 100$. En effet, multiplier un nombre par 10, 100, 1000... ne nécessite aucun effort. Par exemple 123×10 c'est 1230, il suffit de rajouter un zéro au nombre. Pour 123×100, on rajoute deux zéros.
- Au final, nous avons donc besoin de calculer 7×4, 7×3, 5×4 et 5×3.
- La formule générale est :

$$\boxed{(a \times 10 + b) \times (c \times 10 + d) = \underbrace{a \times c}_{\boxed{1}} \times 100 \; + \; (\underbrace{a \times d}_{\boxed{3}} + \underbrace{b \times c}_{\boxed{4}}) \times 10 \; + \; \underbrace{b \times d}_{\boxed{2}}}$$

  Conclusion : pour multiplier deux nombres ayant deux chiffres, il faut 4 multiplications de nombres à un seul chiffre (et quelques additions).

1. Termine les calculs précédents et vérifie à la calculatrice.
2. Utilise la formule précédente pour calculer 14×32 ; 23×61 ; 85×27.
3. Adapte la formule précédente pour transformer une multiplication de deux nombres à 4 chiffres en 4 multiplications de nombres à 2 chiffres : fais-le avec 1234×5041 en commençant par écrire $1234 = 12 \times 100 + 34$ et $5041 = 50 \times 100 + 41$.

Seconde partie. La multiplication de Karatsuba.
La méthode de Karatsuba est basée sur le fait que :

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + b \times d + (a \times d + b \times c)$$

et donc :

$$\boxed{(a \times 10 + b) \times (c \times 10 + d) = \underbrace{a \times c}_{\boxed{1}} \times 100 \; + \; \Big(\underbrace{(a + b) \times (c + d)}_{\boxed{3}} - \underbrace{a \times c}_{\boxed{1}} - \underbrace{b \times d}_{\boxed{2}}\Big) \times 10 \; + \; \underbrace{b \times d}_{\boxed{2}}}$$

Bilan : il n'y a que 3 multiplications à effectuer :

- $\boxed{1}$: $a \times c$
- $\boxed{2}$: $b \times d$
- $\boxed{3}$: $(a + b) \times (c + d)$

Ce qui permet de calculer sans multiplications supplémentaires :

- $\boxed{3'}$: $(a + b) \times (c + d) - a \times c - b \times d$ (qui vaut donc $a \times c + b \times d$).

Reprenons l'exemple de 75×43.

- Tout d'abord $75 \times 43 = (7 \times 10 + 5) \times (4 \times 10 + 3)$, on calcule donc :
- $\boxed{1}$: 7×4
- $\boxed{2}$: 5×3
- $\boxed{3}$: $(7 + 5) \times (4 + 3)$
- Ce qui donne sans multiplications supplémentaires $\boxed{3'}$: $(7 + 5) \times (4 + 3) - 7 \times 4 - 5 \times 3$.
- Et ensuite :

$$75 \times 43 = 7 \times 4 \times 100 + \Big((7 + 5) \times (4 + 3) - 7 \times 4 - 5 \times 3\Big) \times 10 + 5 \times 3$$

1. Termine les calculs précédents et vérifie avec la première partie.
2. Utilise la méthode de Karatsuba pour calculer 14×32 ; 23×61 ; 85×27.
3. Adapte la formule pour calculer 1234×5041 à l'aide de 3 multiplications à deux chiffres.

Troisième partie. Karatsuba itéré.
Bien sûr, passer de 4 à 3 multiplications est un gain important lorsque qu'un ordinateur doit faire des millions de multiplications. Mais l'intérêt principal est d'itérer le processus lorsque l'on fait des calculs avec des grands nombres. Par exemple, pour multiplier deux nombres à 4 chiffres :

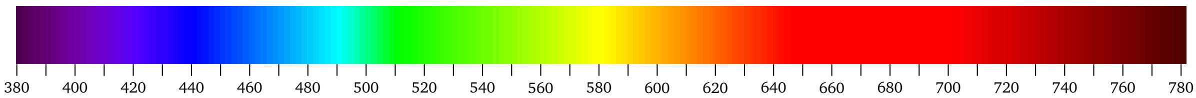
- avec la méthode habituelle :
  $$1 \text{ multiplication à 4 chiffres} \longrightarrow 4 \text{ multiplications à 2 chiffres} \longrightarrow 4 \times 4 \text{ multiplications à 1 chiffre}$$
  Donc au total 16 multiplications à 1 chiffre.
- avec Karatsuba itéré :
  $$1 \text{ multiplication à 4 chiffres} \longrightarrow 3 \text{ multiplications à 2 chiffres} \longrightarrow 3 \times 3 \text{ multiplications à 1 chiffre}$$
  Donc au total 9 multiplications à 1 chiffre.

1. Calcule 1234×5041 à l'aide de 9 multiplications à un chiffre.
2. Calcule 2019×1021 et 4107×6830.
3. Calcule si tu es courageux : $1020\,6004 \times 2301\,3011$.

Feuille 16

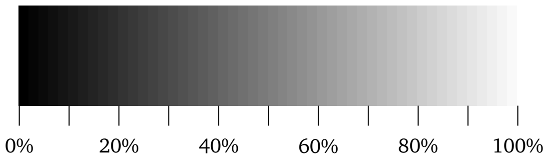
Couleurs

Activité 1 (Perception des couleurs)**.**
La lumière est une onde. La couleur de la lumière dépend de la longueur d'onde. Les longueurs visibles par l'œil humain vont de 400 à 700 nanomètres environ. (Un nanomètre c'est $0,000\,000\,001$ mètre.)



1. Quelle couleur a pour longueur d'onde 510 nanomètres ? Et pour 600 nanomètres ?
2. Trouve une longueur d'onde possible pour le rouge, le jaune, le violet, le bleu, le bleu ciel.

Activité 2 (Niveaux de gris)**.**
Une image en « noir et blanc » est en fait souvent composée de différents niveaux de gris.



Il existe plusieurs façons de coder ce niveau de gris :

- par le pourcentage de blanc : 0% c'est le noir, 100% c'est le blanc ;
- par un nombre réel entre 0 et 1 : 0 c'est noir, 1 c'est blanc ;
- par un nombre entier entre 0 et 255 : 0 c'est noir, 255 c'est blanc.

Voici un exemple de conversion : $25\% = \frac{25}{100} = 0,25$. Pour la conversion d'une repésentation par un réel à une représentation par un entier, on multiplie par 256 (et pas 255 !). Par exemple $0,25 \times 256 = 64$. (Sauf 1 qui devient 255.)
Parmi ces niveaux de gris, retenons uniquement le noir, le blanc et 7 niveaux de gris.

0%	12%	25%	37%	50%	62%	75%	87%	100%
0	0,12	0,25	0,37	0,50	0,62	0,75	0,87	1
0	32	64	96	128	160	192	224	255

Colorie le dessin suivant avec le niveau de gris inscrit dans la case. Toutes les cases sans inscription sont à colorier en gris clair ($0,87$ ou 87% ou 224).

	255	96				1	37%	
	$0,12$	64				32	$0,25$	
				0				
	12%	64	25%	96	64	$0,25$	32	
		$0,37$	160	$0,75$	62%	96		
			$0,12$	0	32			

Activité 3 (Hexadécimal)**.**
L'hexadécimal est une autre façon d'écrire les entiers. L'écriture utilise 16 symboles :

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$$

Pour différencier l'écriture hexadécimale de l'écriture décimale habituelle, on rajoute l'indice « hex ». Le symbole A_{hex} représente 10 en écriture décimale, le symbole B_{hex} c'est 11…jusqu'au symbole F_{hex} qui représente 15.

0	0_{hex}	8	8_{hex}
1	1_{hex}	9	9_{hex}
2	2_{hex}	10	A_{hex}
3	3_{hex}	11	B_{hex}
4	4_{hex}	12	C_{hex}
5	5_{hex}	13	D_{hex}
6	6_{hex}	14	E_{hex}
7	7_{hex}	15	F_{hex}

Nous allons apprendre à écrire tous les nombres de 0 à 255 en écriture hexadécimale.

1. **Hexadécimal vers décimal.**

   Pour un nombre écrit avec deux symboles, la formule de conversion de l'écriture hexadécimale en écriture décimale est $\boxed{xy_{\text{hex}} = 16 \times x + y}$.

   Exemples :
   - $27_{\text{hex}} = 16 \times 2 + 7 = 39$
   - $A3_{\text{hex}} = 16 \times 10 + 3 = 163$ (car A_{hex} représente 10).
   - $2F_{\text{hex}} = 16 \times 2 + 15 = 47$ (car F_{hex} représente 15).

   Calcule la valeur décimale des nombres dont voici l'écriture hexadécimale :

   $$A1_{\text{hex}} \quad 2D_{\text{hex}} \quad AC_{\text{hex}} \quad CA_{\text{hex}} \quad B0_{\text{hex}} \quad 21_{\text{hex}} \quad FF_{\text{hex}} \quad 80_{\text{hex}} \quad 10_{\text{hex}} \quad AA_{\text{hex}}$$

2. **Décimal vers hexadécimal.**

   Pour trouver l'écriture hexadécimale d'un entier n compris entre 0 et 255, on calcule la division euclidienne de n par 16 : $n = 16 \times q + r$ avec $0 \leqslant r < 16$. L'écriture hexadécimale de n est alors qr_{hex} : le premier symbole est le quotient, le second le reste.

   Exemples :

   - $n = 55$. On divise 55 par 16 : le quotient est 3, le reste est 7. Donc l'écriture hexadécimale de 55 est 37_{hex}.
   - $n = 44$. On divise 44 par 16 : le quotient est 2, le reste est 12. Donc l'écriture hexadécimale de 44 est $2C_{\text{hex}}$ (car 12 s'écrit C_{hex}.)

$$\begin{array}{c|c} 55 & 16 \\ \hline 7 & 3 \end{array} \longrightarrow 37_{\text{hex}} \qquad \begin{array}{c|c} 44 & 16 \\ \hline 12 & 2 \end{array} \longrightarrow 2C_{\text{hex}}$$

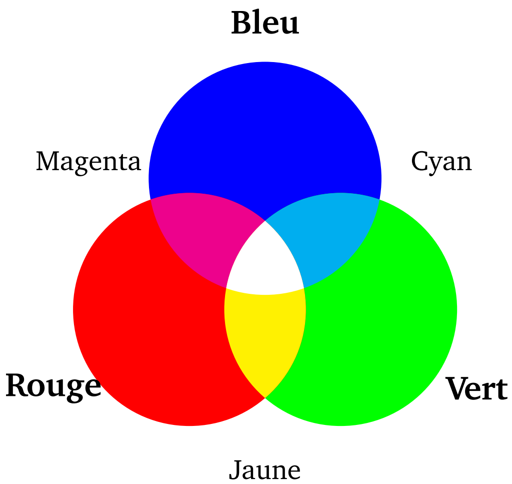
   Calcule l'écriture hexadécimale des entiers :

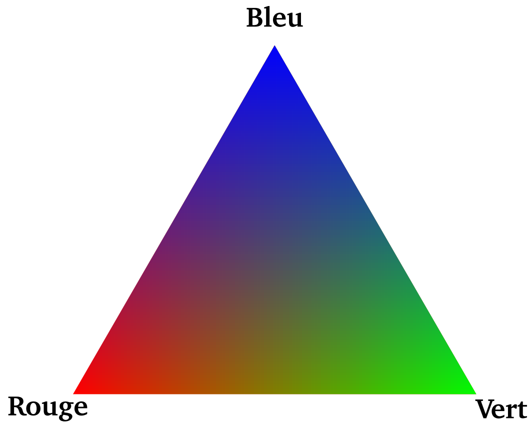
   14 33 74 61 171 186 197 208 221

   Calcule et retient l'écriture hexadécimale de 32, 64, 128, 192, 255.

Activité 4.

Le système de couleur RVB décrit une couleur à partir de trois nombres : un pour le niveau de rouge, un pour le niveau de vert et un pour le niveau de bleu. À partir du mélange des trois couleurs rouge, vert et bleu, on obtient les autres couleurs.

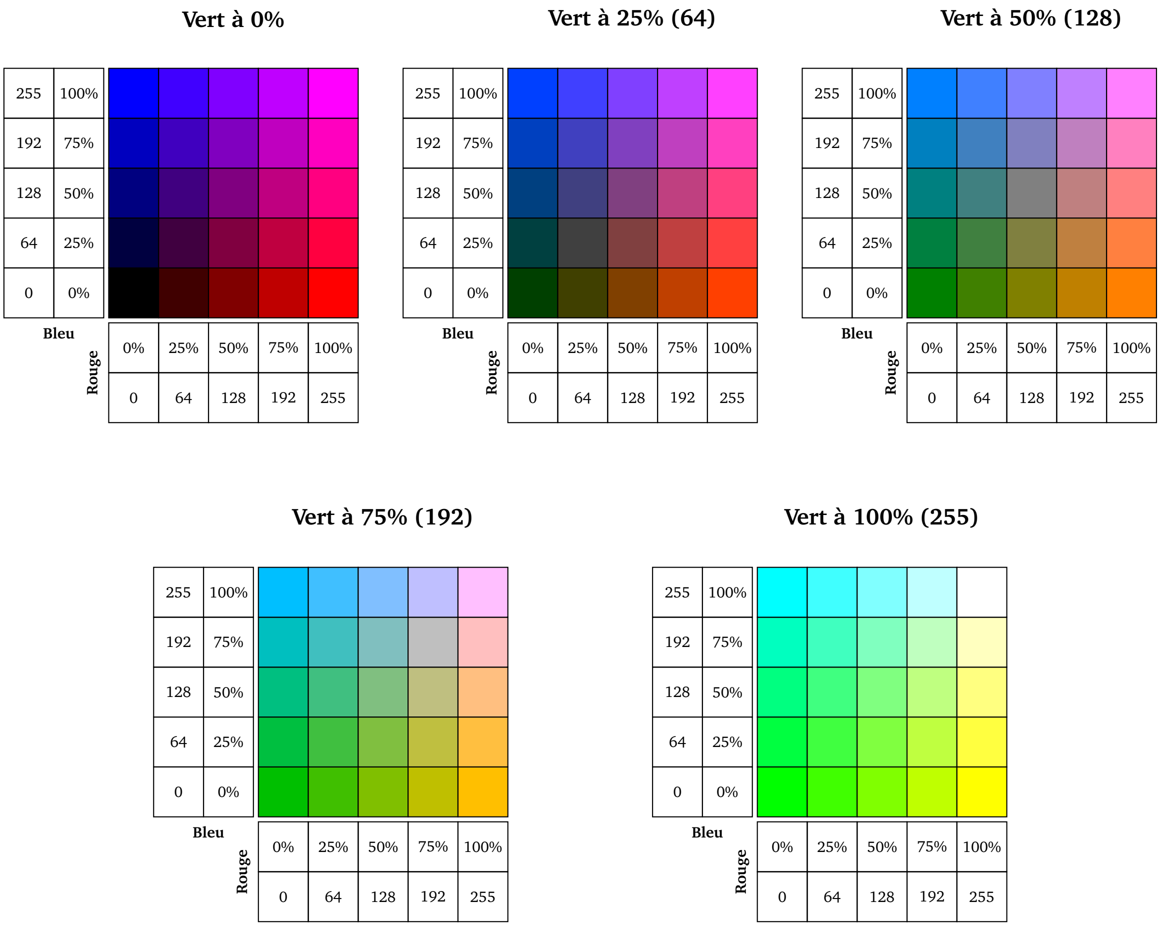




Chaque ton de rouge, vert ou bleu sera ici codé par un nombre :

- soit un nombre réel entre 0 et 1, souvent écrit sous la forme d'un pourcentage,
- soit un nombre entier entre 0 et 255, qui peut aussi être écrit en hexadécimal par un nombre entre 0_{hex} et FF_{hex}.

Voici les couleurs que l'on obtient lorsque l'on se limite aux niveaux 0%, 25%, 50%, 75% et 100% (soit 0, 64, 128, 192 ou 255, ou encore 0_{hex}, 40_{hex}, 80_{hex}, $C0_{\text{hex}}$ ou FF_{hex}).



1. Colorie le dessin suivant (le code RVB est écrit dans chaque case de haut en bas) :

				255 0 0				
				0 255 0				
				0 0 255				
				0 0 0				
			0 0 255	0 255 0	255 0 0			
			128 255 0		255 0 128			
		255 128 0	128 128 0	0 0 0	128 0 128	128 0 255		
	0 128 0	128 128 128				128 128 128	0 0 128	
128 255 255	255 255 0						255 0 255	255 128 255

2. Complète le tableau suivant.

Couleur	Nom	Niveau de rouge	Niveau de vert	Niveau de bleu
	rouge	100%	0%	0%
	vert	0	255	0
	bleu	0_{hex}	0_{hex}	FF_{hex}
	blanc			
	noir			
	orange			0%
	gris			
		255	255	0
		$C0_{hex}$	0_{hex}	FF_{hex}
	rose			
		100%	100%	75%

3. Si on a 5 choix de ton pour le rouge, 5 choix de ton pour le vert, 5 choix de ton pour le bleu, combien cela fait-il de couleurs possibles ? (Tu peux t'aider des cinq grilles de couleurs ci-dessus.) Si on a maintenant 256 choix de ton pour le rouge, le vert et le bleu, combien cela fait-il de couleurs possibles ?
4. Lorsque l'on superpose deux couleurs, on obtient une troisième couleur. La formule est simplement une formule d'addition : nouveau ton = ton couleur 1 + ton couleur 2. Par contre, on ne peut pas dépasser la valeur limite de 100% (qui s'écrit aussi 1 ou 255 ou FF_{hex} selon l'écriture choisie). La formule exacte est donc (avec des pourcentages) :

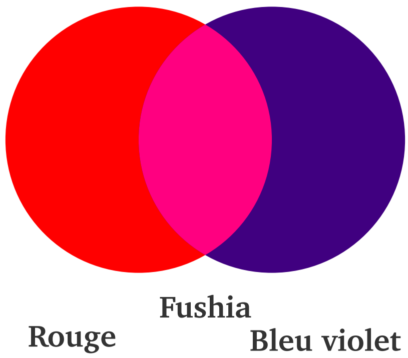
$$\boxed{\text{nouveau ton} = \min\big(\text{ton couleur } 1 + \text{ton couleur } 2, 100\%\big)}$$

La fonction « min » renvoie le plus petit élément d'une liste : $\min(75, 100) = 75$, $\min(125, 100) = 100$.

Exemple : lorsque l'on ajoute du rouge (code RVB $(100\%, 0\%, 0\%)$) et du bleu-violet (code RVB $(25\%, 0\%, 50\%)$) on obtient :

- pour le ton rouge 100% (car si ajoute 100% et 25% on dépasse 100%) ;
- pour le ton vert 0% (car il n'y a pas de vert dans les deux couleurs) ;
- pour le ton bleu 50% (on fait $0 + 50$).

Le code RVB de la couleur obtenue est donc $(100\%, 0\%, 50\%)$: c'est du fushia.



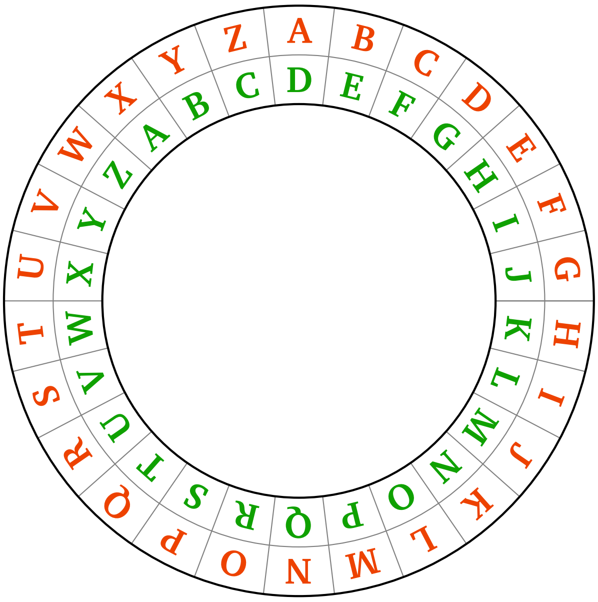
Complète le tableau suivant où la couleur 1 et la couleur 2 s'additionnent.

Coul. 1	RVB Couleur 1	Coul. 2	RVB Couleur 2	Addition RVB	Couleur
	$(100\%, 0\%, 0\%)$		$(0\%, 100\%, 0\%)$		
	$(255, 0, 0)$		$(0, 0, 255)$		
	$(0, FF_{\text{hex}}, 0)$		$(0, 0, FF_{\text{hex}})$		
	$(25\%, 75\%, 0\%)$		$(50\%, 50\%, 50\%)$		
	$(0, 32, 0)$			$(255, 68, 0)$	
			$(0, 64, 0)$	$(128, 128, 0)$	
	$(0, 80_{\text{hex}}, C0_{\text{hex}})$		$(FF_{\text{hex}}, C0_{\text{hex}}, 40_{\text{hex}})$		

Cryptographie

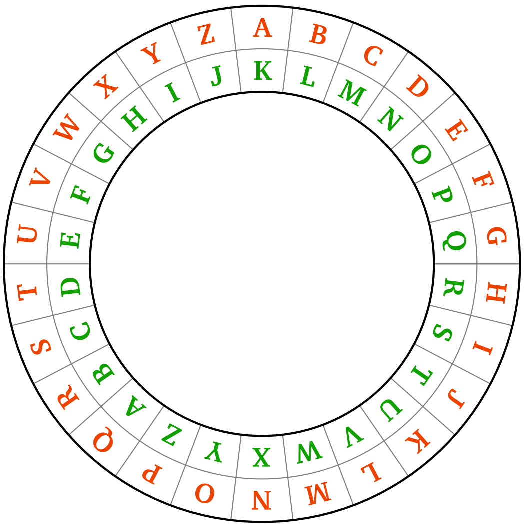
Feuille 17

Activité 1 (Le code de César)**.**
Jules César transmettait ses messages de façon cachée. Par exemple le message **ALLEZ ASTERIX** est transformé en **DOOHC DVWHULA**. Chaque lettre est décalée de 3 lettres : **A** devient **D**, **B** devient **E**, **C** devient **F**... Lorsque l'on arrive à la fin de l'alphabet (**W** devient **Z**), on repart du début : **X** devient **A**, **Y** devient **B**, **Z** devient **C**.
La roue ci-dessous t'aide pour coder le message, une lettre sur l'anneau extérieur est codée en la lettre associée sur l'anneau intérieur.

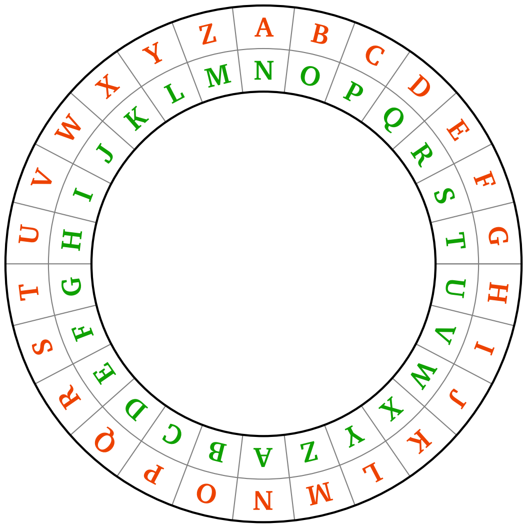


Pour décoder un message, on recule de trois lettres : **D** se décode en **A**, **E** se décode en **B**....
Autrement dit on passe de l'anneau intérieur à l'anneau extérieur.

1. (a) Code la phrase **ABC DE L INFO DEPUIS ZERO**.
   (b) Trouve le nom de la première femme informaticienne en décodant **DGD ORYHODFH**.
2. Bien sûr, on peut changer le décalage. Avec un décalage de 10, **A** devient **K**, **B** devient **L**,... (roue de gauche). Avec un décalage de 13, **A** devient **N**, **B** devient **O**,... (roue de droite).



Décalage de 10



Décalage de 13

(a) Pour un décalage de 10, code **CHARLES BABBAGE** ; décode **WKMRSXO WOMKXSAEO**.

(b) Pour un décalage de 13, code **ZEROS ET UNS** ; décode **TRBETR OBBYR**. Quelle est la particularité du codage et du décodage lorsque le décalage vaut 13 ?

Activité 2 (Attaque du code de César)**.**
On se place dans la peau d'un espion qui vient d'intercepter le message :

NCAN XD WN YJB NCAN

mais qui ne connaît pas le décalage qui a servi à coder ce message.
Le code de César n'est pas très sécurisé : il existe seulement 26 décalages possibles. C'est un peu long à tester pour un humain, mais très facile pour un ordinateur.
Il existe une autre façon d'attaquer le message codé, car une même lettre est toujours codée de la même façon. Par exemple, pour un décalage de 3, la lettre **A** devient toujours **D**... et **E** devient toujours **H**. Mais dans un long texte, les lettres n'apparaissent pas toutes avec la même fréquence. Pour le français, les lettres les plus rencontrées sont dans l'ordre :

E S A I N T R U L O D C P M V Q G F H B X J Y Z K W

avec les fréquences :

E	S	A	I	N	T
14,5%	8%	7,5%	7%	7%	7%

Si la lettre **E** apparaît très souvent dans le message de départ, alors pour un décalage de 3, la lettre **H** apparaîtra très souvent dans le message codé.
Voici donc la méthode pour décrypter un message :

- On cherche la lettre la plus fréquente dans le message codé (imaginons que c'est le **K**).
- On suppose que cette lettre correspond au **E**.
- On calcule le décalage (pour aller de **E** à **K** c'est 6).
- On essaie de décoder le message sur la base de ce décalage.
- Si on obtient un message incohérent, on recommence en supposant que la lettre la plus fréquente correspond à l'une des lettres **S**, **A**, **I**, **N**, **T**.

Avec cette méthode, décrypte les messages suivants (chaque message a été codé avec un décalage différent) :

1. NCAN XD WN YJB NCAN
2. DFC WPD PALFWPD OPD RPLYED
3. QSMRW KVERH IX TPYW MRXIPPMKIRX

Activité 3 (Codage des caractères).
Les ordinateurs préfèrent les nombres aux lettres ! Chaque caractère est numéroté. Voici la table ASCII des premiers caractères.

33	!	43	+	53	5	63	?	73	I	83	S	93	]	103	g	113	q	123	{
34	"	44	,	54	6	64	@	74	J	84	T	94	^	104	h	114	r	124	|
35	#	45	-	55	7	65	A	75	K	85	U	95	_	105	i	115	s	125	}
36	$	46	.	56	8	66	B	76	L	86	V	96	‘	106	j	116	t	126	~
37	%	47	/	57	9	67	C	77	M	87	W	97	a	107	k	117	u	127	-
38	&	48	0	58	:	68	D	78	N	88	X	98	b	108	l	118	v		
39	’	49	1	59	;	69	E	79	O	89	Y	99	c	109	m	119	w		
40	(	50	2	60	<	70	F	80	P	90	Z	100	d	110	n	120	x		
41	)	51	3	61	=	71	G	81	Q	91	[	101	e	111	o	121	y		
42	*	52	4	62	>	72	H	82	R	92	\	102	f	112	p	122	z		

Par exemple, le caractère numéro 37 est le symbole « % ». Le caractère 65 est la lettre majuscule « A ». Le caractère 107 est la lettre minuscule « k ». (Les numéros 0 à 32 ne sont pas des caractères imprimables.)

1. Quelles phrases sont codées par les nombres suivants ?
   (a) 66-111-110-106-111-117-114-33
   (b) 50-43-51-61-53
   (c) 83-101-114-118-105-114 101-110 115-105-108-101-110-99-101-46 (La devise de la NSA.)
2. Trouve l’équivalent numérique des caractères des noms suivants : Boole, Godel, Turing.
3. • On note `chr` la fonction qui à un nombre associe le caractère correspondant. Par exemple `chr(65)` renvoie le caractère « A ».
   • On note `ord` la fonction qui à un caractère associe son ordre dans la table ci-dessus. Par exemple `ord('a')` renvoie l’entier 97.

   (a) Que donnent les instructions suivantes : `chr(100)`, `ord('H')`, `chr(65+10)`, `ord(chr(77))`, `chr(ord('#'))` ?
   (b) Que fait la suite d’instructions suivantes ? (Essaye d’abord avec la lettre ’a’.)
      • Entrée : un caractère, noté `car`, parmi ’a’, ’b’,. . . , ’z’

- `n` ← `ord(car)`
- `n` ← `n + 32`
- Sortie : `chr(n)`

Activité 4 (Modulo).

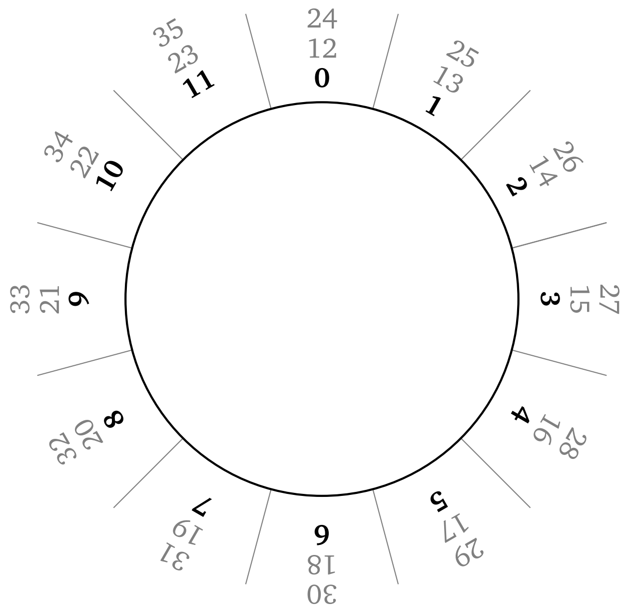
Compter modulo n, c'est compter uniquement avec les entiers 0, 1, 2,...,$n-1$.

- **Exemple modulo** 60. Compter modulo 60, c'est compter comme les minutes d'une montre : 0, 1, 2, ..., 59. Quand on arrive à 60, on repart immédiatement à 0. On va noter :

$$60 \pmod{60} = 0 \qquad 61 \pmod{60} = 1 \qquad 62 \pmod{60} = 2 \qquad \ldots$$

- **Exemple modulo** 12. Si on compte modulo 12, alors on se ramène à un entier parmi 0, 1,..., 11. On peut s'aider d'une roue pour visualiser

$$16 \pmod{12} = 4 \qquad 29 \pmod{12} = 5 \qquad 34 \pmod{12} = 10$$



1. (a) Calcule $21 \pmod{12}$; $32 \pmod{12}$; $50 \pmod{12}$; $100 \pmod{12}$.

   (b) Calcule $75 \pmod{60}$; $128 \pmod{60}$; $666 \pmod{60}$.

   (c) Calcule $32 \pmod{26}$; $42 \pmod{26}$; $111 \pmod{26}$.

2. On calcule $a \pmod{n}$ comme le reste de la division euclidienne de a par n. Par exemple pour calculer $136 \pmod{21}$, on écrit la division euclidienne de 136 par 21 : $136 = 6 \times 21 + 10$. Donc $136 \pmod{21} = 10$.

136	21
10	6

⟶ $136 \pmod{21} = 10$

a	n
r	q

⟶ $a \pmod{n} = r$

   (a) Calcule $1254 \pmod{12}$.

   (b) Calcule $5678 \pmod{60}$.

   (c) Calcule $32158 \pmod{26}$.

(a) **Modulo 2.**

Calcule 3 (mod 2) ; 4 (mod 2) ; 5 (mod 2)... Complète et retiens les énoncés suivants :

$a \pmod 2 = 0$ lorsque a est ____________

$a \pmod 2 = 1$ lorsque a est ____________

(b) **Modulo 10.**

Calcule 21 (mod 10) ; 39 (mod 10) ; 2345 (mod 10). Complète et retiens l'énoncé suivant :

$a \pmod{10}$ est le ________________________ de l'entier a.

(c) **Modulo n.**

Calcule $(12 \times 7) \pmod 7$; 66 (mod 11) ; 72 (mod 9). Complète et retiens :

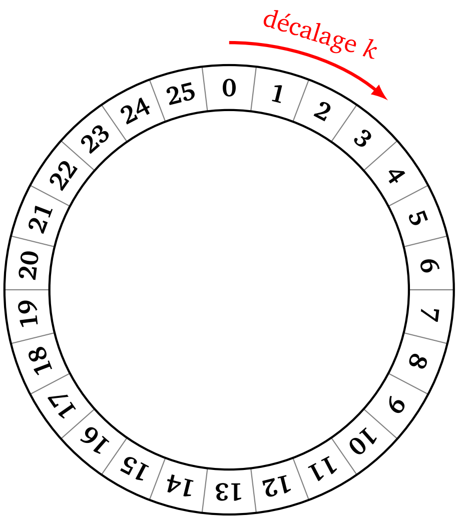
n divise a exactement lorsque ________________________

3. **Retour au code de César.** Le code de César est en fait une simple addition ! Numérotons les lettres par leur rang : « A » est de rang 0, « B » est de rang 1, ..., « Z » est de rang 25. Le code de César de décalage 3, c'est juste ajouter 3 au rang de la lettre. Comme le rang de la lettre ne peut atteindre 26, if faut de plus compter modulo 26. La formule pour le décalage 3 est donc :

$$\text{rang codé} = \text{rang} + 3 \pmod{26}$$

Pour le code de César de décalage k, la formule est :

$$\boxed{\text{rang codé} = \text{rang} + k \pmod{26}}$$



(a) Calcule le rang codé par un décalage de 8, pour les lettres de rang 7, 15, 23.

(b) Complète les lignes du tableau en suivant le modèle de la première ligne : la lettre « B » est de rang 2 ; avec un décalage de 3, le rang codé est $2 + 3 \pmod{26} = 5$; la lettre codée est donc le « F ». Attention ! le rang commence à 0.

Lettre	Rang	Décalage k	Rang codé	Lettre codée
B	2	3	5	F
F		3		
Y		3		
H		15		
	10			R
T			2	
		10		E

4. **Algorithme du code de César.**
   Écris un algorithme qui, pour un décalage k fixé, prend en entrée une lettre majuscule et renvoie en sortie la lettre codée par le code de César de décalage k. Par exemple si $k = 3$ et si la lettre entrée en « A » alors la sortie doit être « D ». Les étapes de l'algorithme sont :
   - prends le caractère en entrée et transforme-le en un entier compris entre 65 et 90 (voir l'activité précédente) ;
   - transforme cet entier en un nombre entre 0 et 25 ;
   - applique la formule du décalage de César sur cet entier ;
   - revient à un entier entre 65 et 90, puis à un caractère.

Activité 5 (Le chiffrement de Vigenère)**.**
Le code de César n'est pas assez sûr, le chiffrement de Vigenère en est une version plus sophistiquée. Par exemple pour coder :

ALLEZ ASTERIX

- on commence par découper notre texte en blocs de même longueur, par exemple de longueur 3 :

  A L L   E Z A   S T E   R I X
- on choisit une clé, composée de 3 nombres, par exemple $(3, 6, 5)$;
- on décale de 3, la première lettre de chaque bloc (le **A** du premier bloc devient **D**) ;
- on décale de 6, la deuxième lettre de chaque bloc (le premier **L** du premier bloc devient **R**) ;
- on décale de 5, la troisième lettre de chaque bloc (le second **L** du premier bloc devient **Q**) ;
- on obtient par blocs **DRQ HFF VZJ UOC** et donc le message codé est : **DRQHF FVZJUOC**

Note les deux améliorations par rapport au code de César classique :
- une même lettre peut être codée de plusieurs façons (par exemple le premier **L** est codé en **R** alors que le second est codé en **Q**) ;
- une même lettre du message codé peut correspondre à différentes lettres du message initial (par exemple le premier **F** code un **Z** alors que le second **F** code un **A**).

1. Code la phrase **RIEN NE SE PERD** avec la clé $(3, 6, 5)$.
2. Décode la phrase **WUZW YJ WXFQYKRXRH** codée avec la clé $(3, 6, 5)$.
3. Code la phrase **EQUATEUR** avec la clé $(1, 25, 10, 5)$.
4. Décode la phrase **NDBNEHOS**, codée avec la clé $(1, 25, 10, 5)$.
5. Décode la phrase suivante d'Albert Einstein, par une attaque par fréquence, sachant qu'elle a été codée par un chiffrement de Vigenère avec des blocs de longueurs 3 :

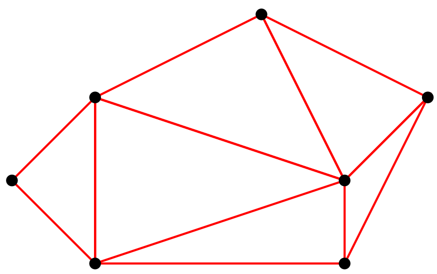
NE CKI J GWA ESTOI BPI IKGFEPLVXL
KP MCYA CZHPGLT TVWV UG THU TLTHYG P LSYPNMITI

Triangulation

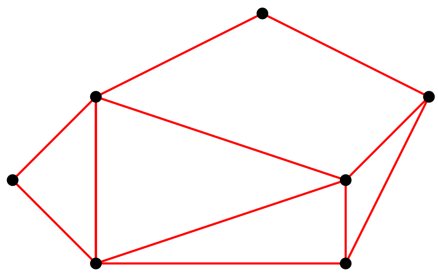
Feuille 18

Activité 1 (Triangulation)**.**
Trianguler un ensemble de points du plan, c'est relier ces points par des segments de façon à former des triangles. Les points seront appelés les *sommets*. Il faut néanmoins respecter quelques règles :

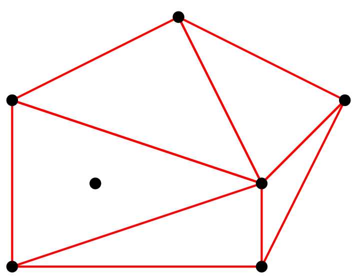
(a) Les seuls polygones autorisés sont des triangles.
(b) Tous les sommets doivent faire partie d'au moins un triangle.
(c) La triangulation est convexe.



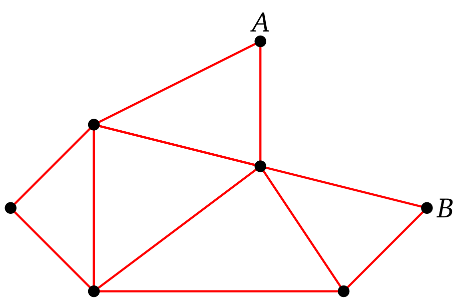
Triangulation



Conditon (a) non respectée
(il y a un quadrilatère)

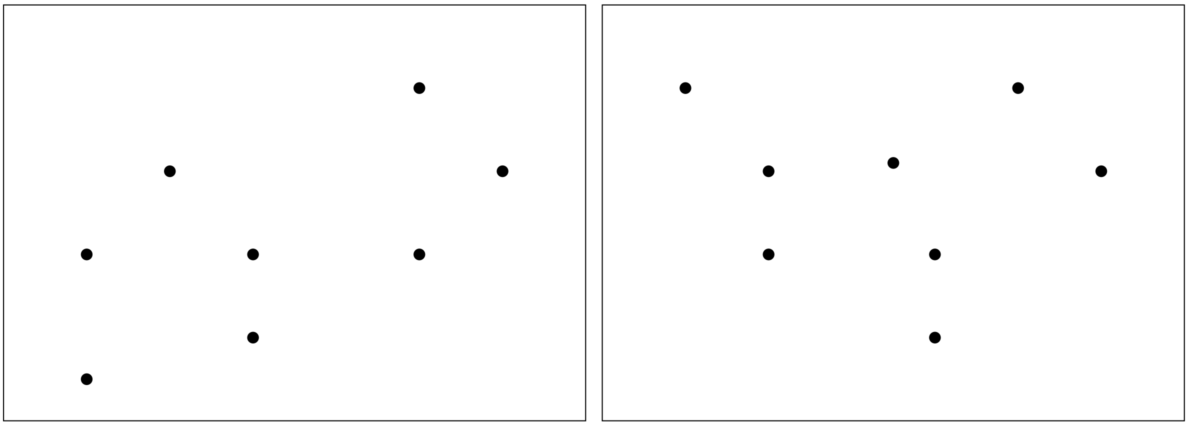


Conditon (b) non respectée
(un point est isolé)



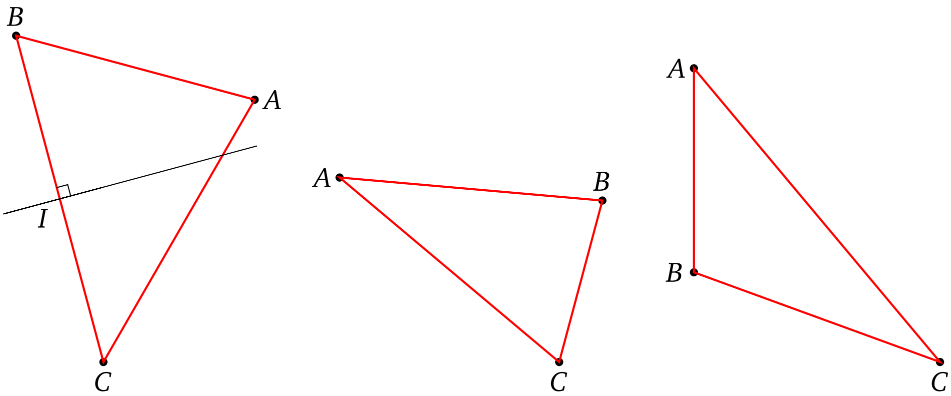
Conditon (c) non respectée
(le contour n'est pas convexe, car le segment
$[AB]$ n'est pas dans la triangulation)

Dessine des triangulations pour les sommets suivants (plusieurs solutions sont possibles).

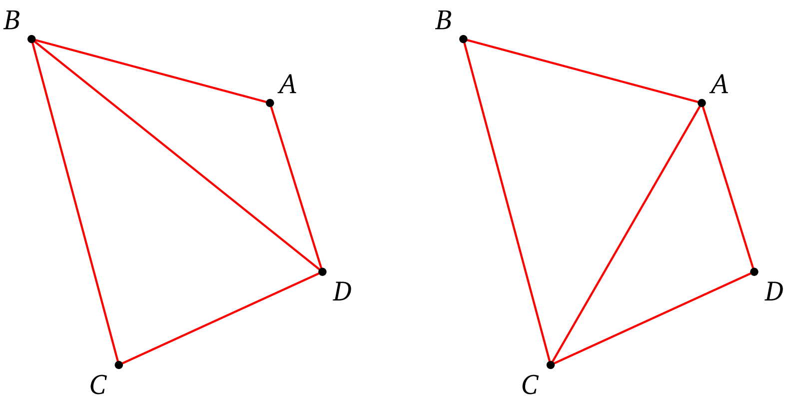


Activité 2 (Un triangle)**.**
Pour les triangles ABC suivants, trace :

- les trois médiatrices,
- le point O d'intersection de ces médiatrices,
- le cercle circonscrit au triangle ABC (c'est-à-dire le cercle de centre O passant par A, B et C).



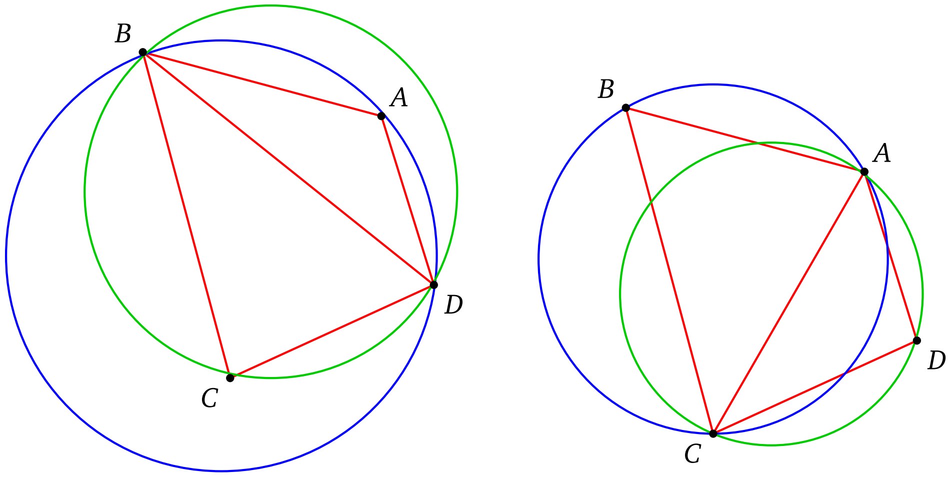
Activité 3 (Deux triangles)**.**
Soit $ABCD$ un quadrilatère. Il existe deux triangulations possibles. Soit avec les triangles ABD et BCD ; soit avec les triangles ABC et CDA. Nous allons privilégier une configuration par rapport à l'autre.



Proposition. *Dans l'une des deux triangulations possibles d'un quadrilatère, les deux cercles circonstrits aux triangles ne contiennent dans leur intérieur aucun sommet.*

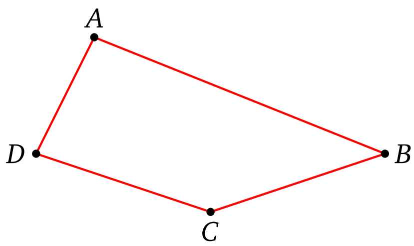
Sur la triangulation de gauche, le cercle circonscrit au triangle BCD (en vert) contient le point

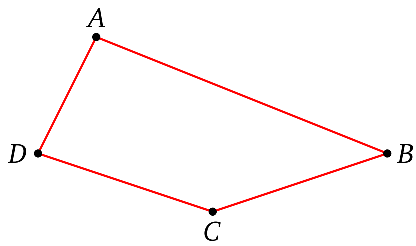
A. Sur la triangulation à droite, l'intérieur des cercles circonscrits ne contient aucun sommet. C'est cette triangulation de droite qui valide la proposition.

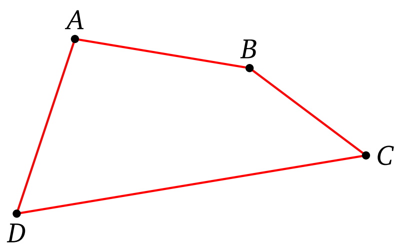


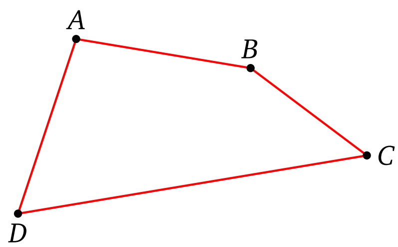
En plus, si les 4 sommets ne sont pas sur un même cercle, alors il n'y a qu'une seule des deux triangulations qui valide cette proposition.

1. Pour les quadrilatères suivants dessine les deux triangulations, les cercles circonscrits et décide quelle est la triangulation qui valide la proposition.

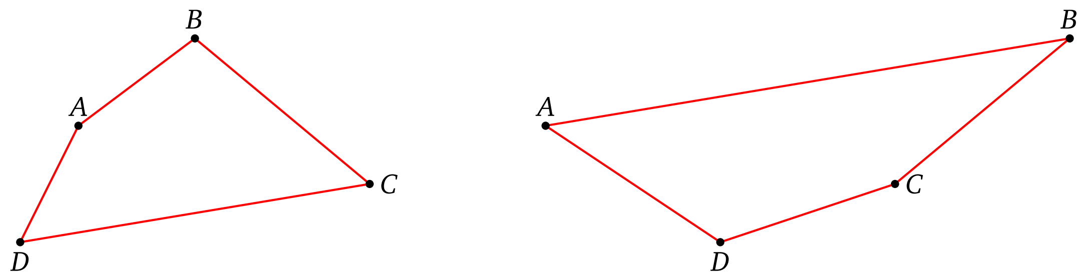








2. Pour les quadrilatères suivants, dessine la triangulation qui valide la proposition.

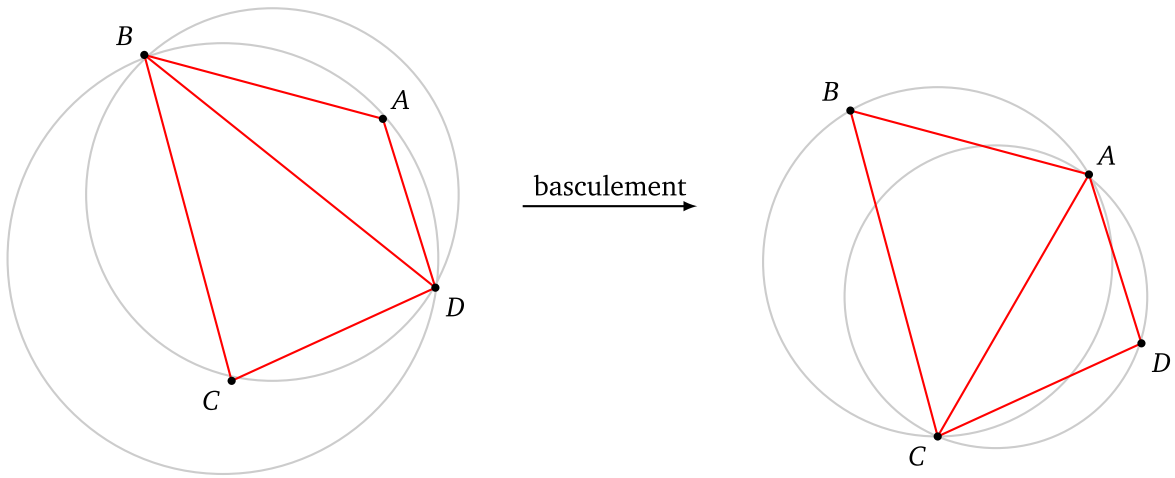


3. Que se passe-t-il dans le cas très particulier où les 4 points sont sur un même cercle ? (On pourra prendre l'exemple d'un rectangle.)

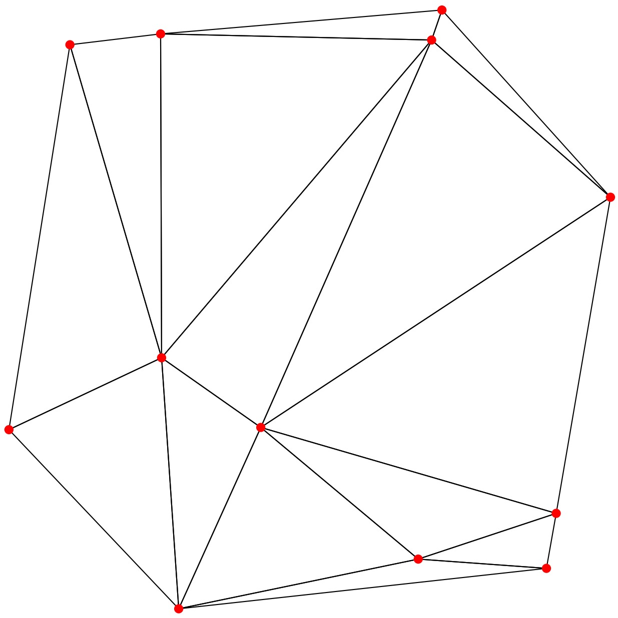
Activité 4 (Triangulation de Delaunay).

> **Définition.** *Une triangulation est dite* triangulation de Delaunay *si l'intérieur des cercles circonscrits ne contient pas de sommets.*

À gauche, la triangulation n'est pas du type Delaunay (le point A est à l'intérieur d'un cercle et le point C également). Par contre l'autre triangulation (à droite) est une triangulation de Delaunay.



Les triangles d'une triangulation de Delaunay sont peu allongés : les angles sont les moins aigus possibles. Voici un exemple.



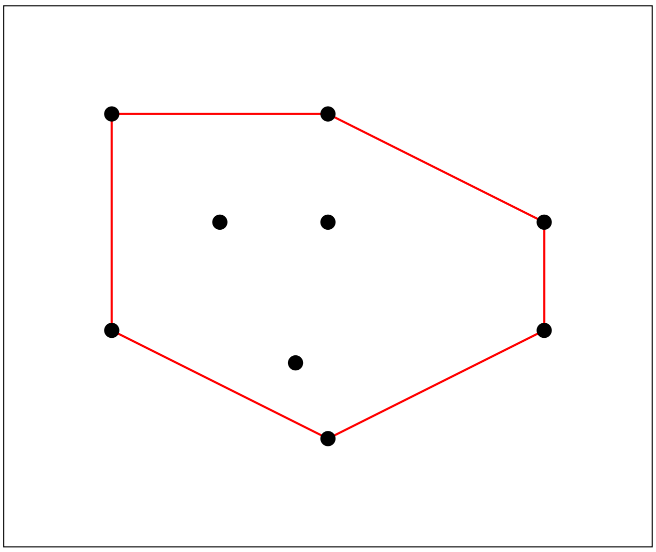
Lorsque qu'il y a 4 sommets situés sur un même cercle, alors deux triangulations de Delaunay sont possibles. Mais si ce n'est pas le cas, alors :

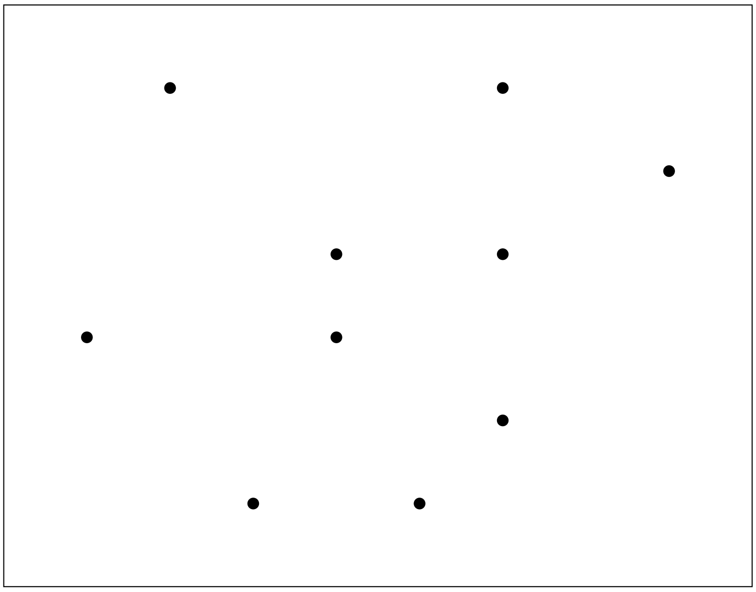
Proposition. *Une triangulation de Delaunay existe toujours et est unique.*

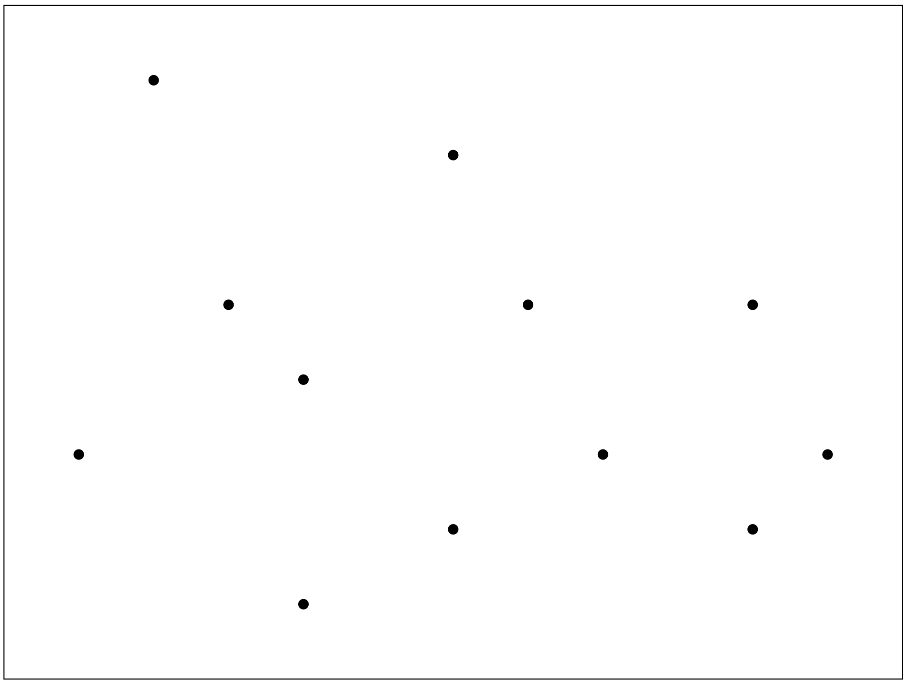
Algorithme. *Pour obtenir une triangulation de Delaunay :*

- *partir d'une triangulation quelconque ;*
- *chaque fois que l'on trouve un triangle dont le cercle circonscrit contient en son intérieur un sommet, on effectue un basculement comme dans la figure du quadrilatère ci-dessus.*

Dans la pratique on commence par tracer le contour, on trace des triangles ayant les angles les moins aigus possibles (même si on ne peut pas vraiment les éviter sur les bords). Si on a un doute sur un triangle, on trace le cercle circonscrit ; si ce cercle contient un sommet en son intérieur, on effectue un basculement.
Trace les triangulations de Delaunay pour les ensembles de sommets suivants.



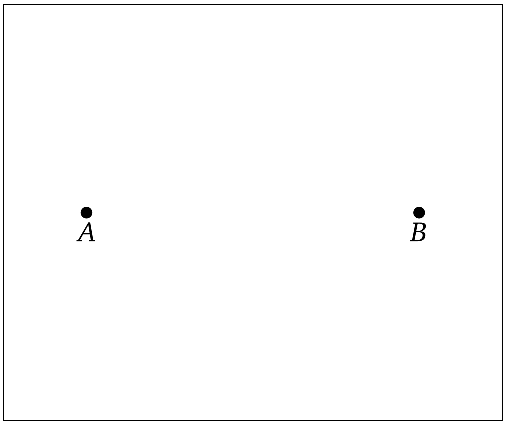




Activité 5 (Cellules de Voronoï)**.**

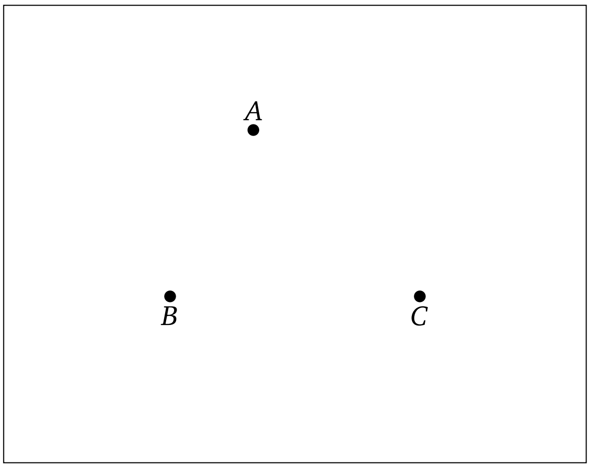
1. Deux princesses, vivant dans des châteaux A et B, revendiquent un territoire. Elles se mettent d'accord sur le principe suivant : « Je possède les terres qui sont plus proches de mon château que du tien. »

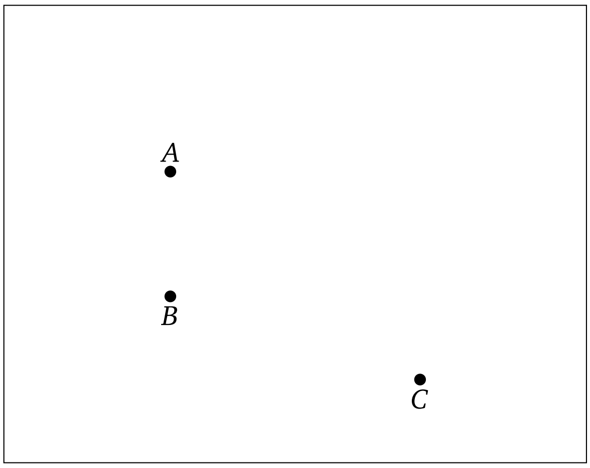
   Dessine le territoire de chacune des princesses.



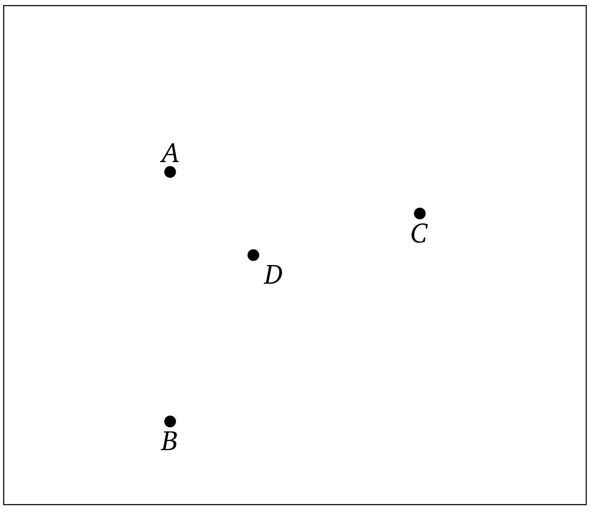
2. Il y a maintenant 3 princesses. Chacune possède les terres qui sont plus proches de son château que d'un autre château.

   Dessine le territoire de chacune des princesses.

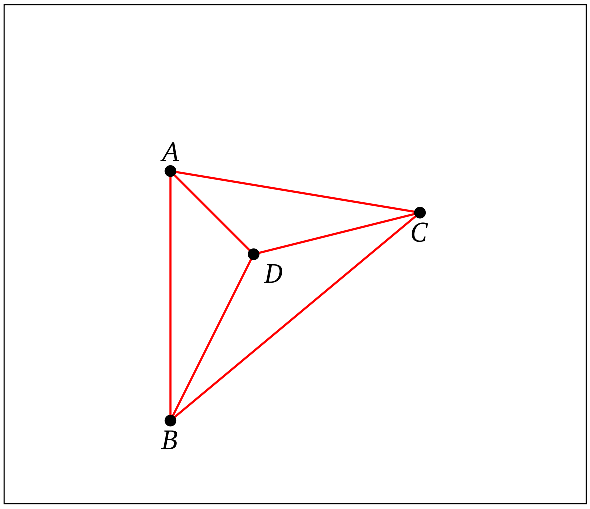




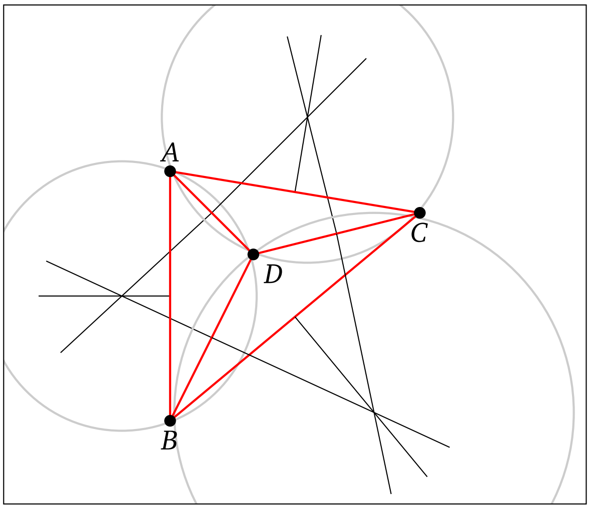
3. Il y a maintenant plein de princesses ! Voici une méthode pour tracer les territoires de chaque princesse, appelés *cellules de Voronoï*.
   - Trace la triangulation de Delaunay (où les sommets sont les châteaux).
   - Trace les médiatrices de chaque triangle et le centre du cercle circonscrit.
   - Les cellules de Voronoï sont délimitées par des portions de médiatrices.



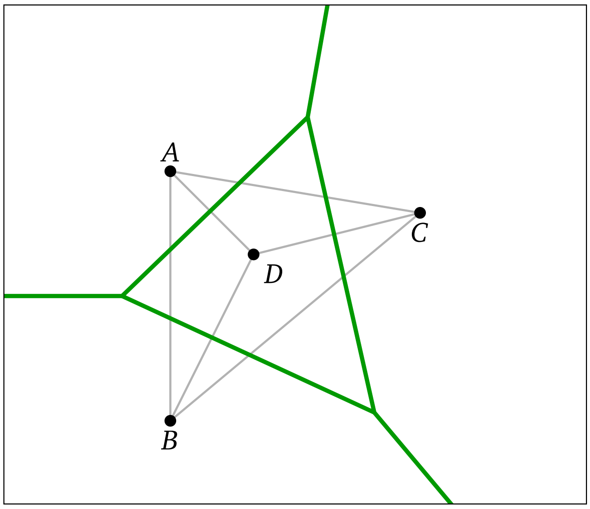
(a) Les sommets.



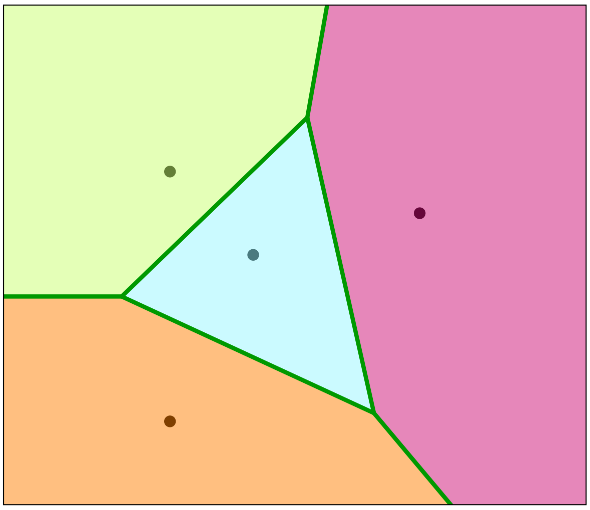
(b) La triangulation.



(c) Les médiatrices.

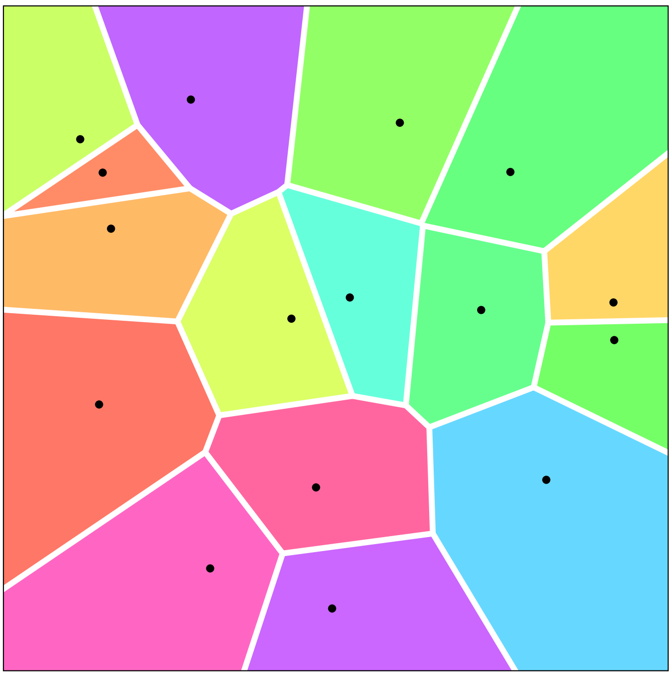


(d) Les arêtes.

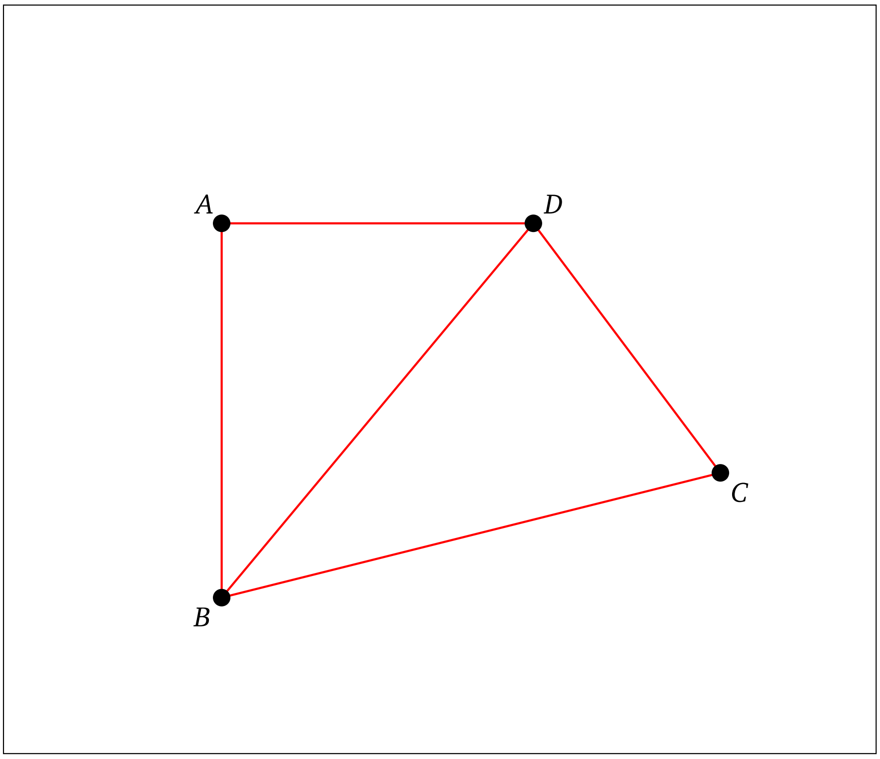


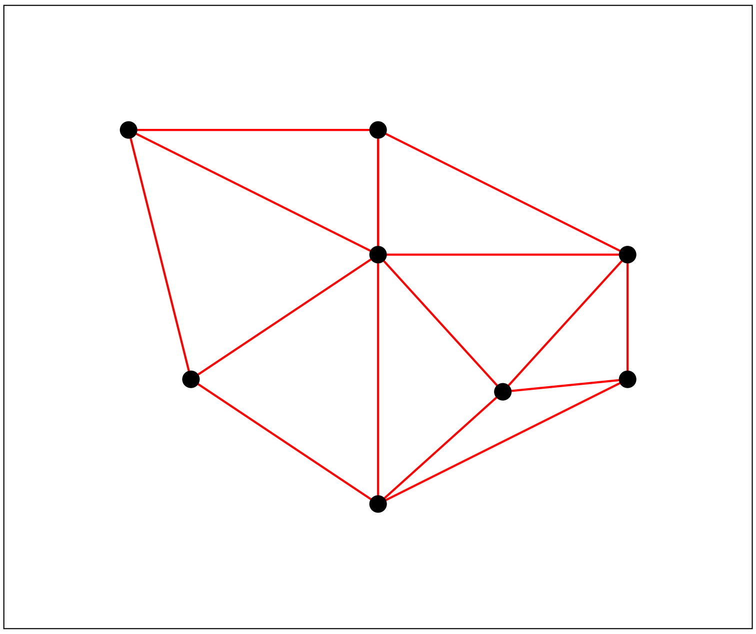
(e) Les cellules de Voronoï.

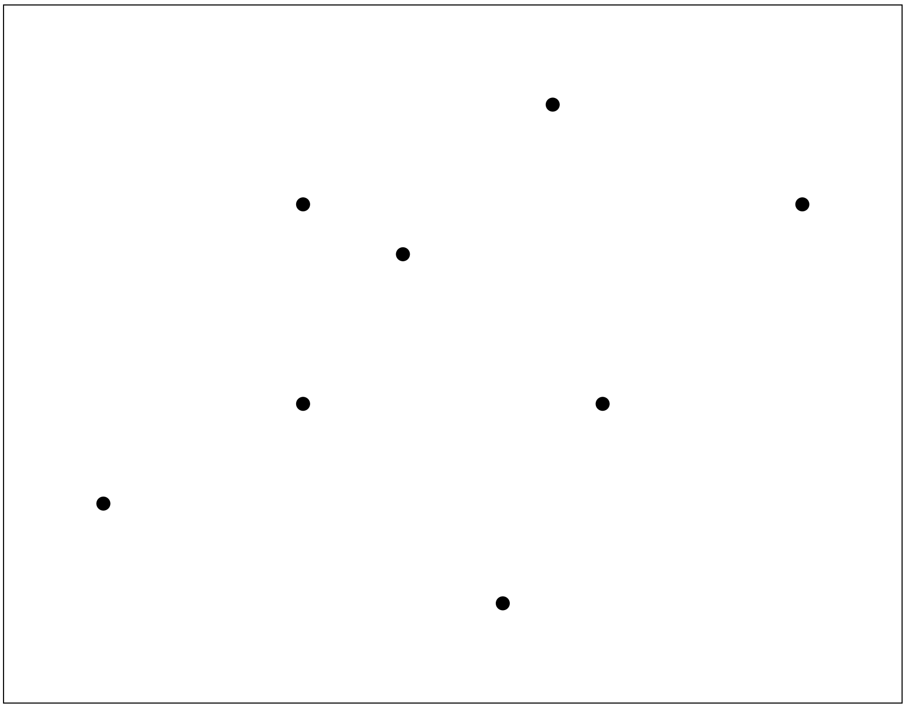
Voici ce que l'on obtient avec un exemple plus compliqué.

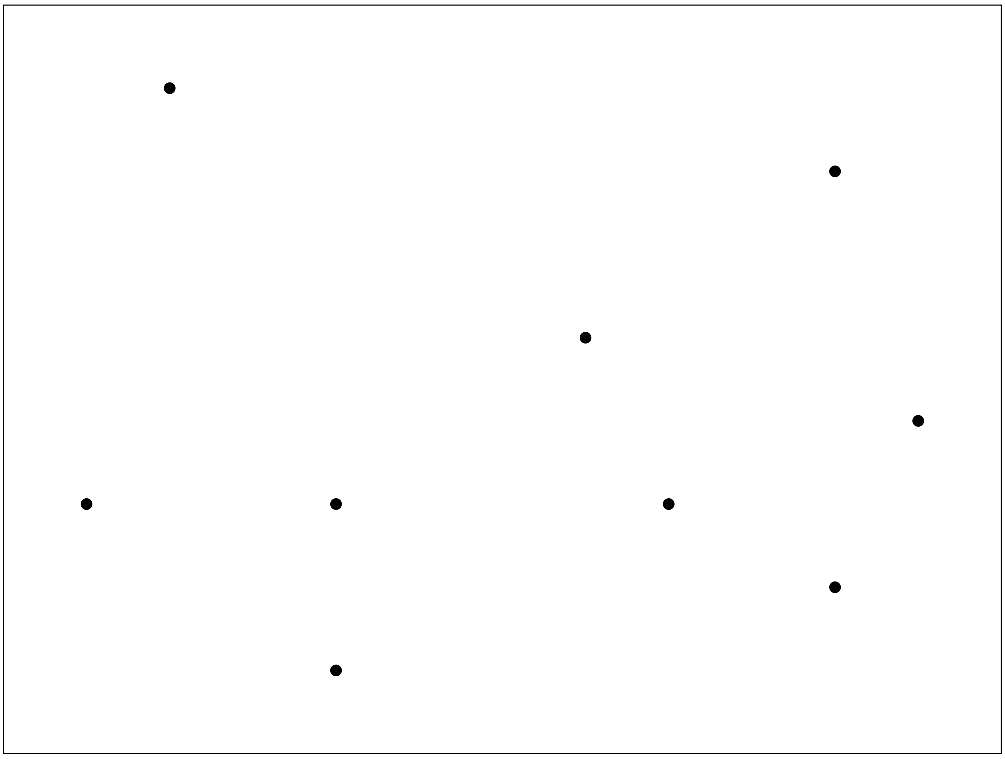


Trace les cellules de Voronoï des configurations suivantes.









Distance entre deux mots

Pour savoir si un mot est mal orthographié, il suffit de vérifier s'il existe dans un dictionnaire, par contre pour suggérer une correction orthographique, il faut proposer un mot proche. Pour cela, il faut définir une distance entre deux mots.

Activité 1 (Distance de Hamming)**.**
Prends deux mots de même longueur. La *distance de Hamming*, c'est le nombre d'endroits où les lettres sont différentes.
Par exemple :

JAPON **SAVON**

Les premières lettres sont différentes, les troisièmes aussi. La distance de Hamming entre ces deux mots vaut donc 2.

1. Calcule la distance de Hamming entre les mots suivants :

LIGNE	**LIANE**
BOOLE	**MOORE**
POLICE	**PILOTE**
PASSION	**RATIONS**
CRANE	**ECRAN**

2. Pour chacun des mots de la liste suivante, calcule sa distance de Hamming avec le mot **SIGNE** :

SUITE **LIGNE** **SINGE** **DIGNE** **MIXTE**

Activité 2 (Distance de Jaccard)**.**
La *distance de Jaccard* mesure la proximité de deux mots, indépendamment de l'ordre des lettres.
La formule est :

$$\text{distance} = 1 - \frac{\text{nombre de lettres communes}}{\text{nombre total de lettres}}$$

La distance est comprise entre 0 et 1. Plus la distance est proche de 0, plus les mots ont les mêmes lettres.

Exemple 1. PAIR et **SAPIN.**
Les lettres du premier mot sont **[A,I,P,R]**, celles du second sont **[A,I,N,P,S]**. Les lettres communes sont donc **[A,I,P]**, il y en a donc 3. Toutes les lettres sont **[A,I,N,P,R,S]**, il y en a donc 6. La

distance de Jaccard entre **PAIR** et **SAPIN** est donc :

$$d = 1 - \frac{3}{6} = 1 - \frac{1}{2} = 1 - 0,5 = 0,5.$$

Exemple 2. LETTRE et **TARTE**.
Lettres du premier mot : **[E,E,L,R,T,T]**, celles du second sont **[A,E,R,T,T]**. Les lettres **[A,E,E,L,R,T,T]** permettent d'écrire chacun des mots, il y a donc un total de 7 lettres. Les lettres communes sont **[E,R,T,T]**, il y en a donc 4. La distance de Jaccard entre **LETTRE** et **TARTE** est donc :

$$d = 1 - \frac{4}{7} \simeq 1 - 0,57 \simeq 0,43.$$

Calcule la distance de Jaccard entre les mots suivants :

PLACE	**CRAIE**
AVRIL	**LAIT**
ESPOIR	**PROIE**
STATUE	**ETAT**
NOIR	**BLANC**
OBTENIR	**ROBINET**

Calcule la distance de Jaccard entre **CHIEN** et **NICHE**. Quand est-ce que deux mots ont une distance de Jaccard égale à 0 ?

Activité 3 (Distance de Levenshtein).
On définit trois opérations qui permettent de passer d'un mot à un autre :

1. suppression d'une lettre,
2. ajout d'une lettre,
3. remplacement d'une lettre.

Voici un exemple de chaque type :

1. **PLANTE** vers **PLATE** (la lettre **N** est supprimée),
2. **RAPE** vers **RAMPE** (la lettre **M** est ajoutée),
3. **RAMER** vers **RALER** (la lettre **M** est remplacée par la lettre **L**).

La *distance de Levenshtein* entre deux mots est le nombre minimum d'opérations à effectuer afin de passer du premier mot au second.
Par exemple, la distance entre **PORT** et **PAR** vaut 2.

PORT devient **POR** puis devient **PAR**

On a appliqué l'opération 1, puis l'opération 3. Et on ne peut pas faire moins de deux opérations.

1. Trouve quelle opération permet de passer du premier au second mot :
   - **CLEF** vers **CLE**
   - **PILE** vers **PALE**
   - **MIEL** vers **CIEL**
2. D'après toi, combien vaut la distance de Levenshtein pour les paires de mots suivants :
   - **SPIRE** et **PITRE**
   - **POMME** et **POIRE**

- **PILE** et **PLI**
- **LOUPE** et **POULE**
- **LAMPE** et **PLACE**
- **ROIS** et **OIE**
- **PRISE** et **ROSE**
- **ANANAS** et **BANANE**

Activité 4 (Algorithme de Levenshtein)**.**
Nous allons voir une méthode systématique pour calculer la distance de Levenshtein et trouver les opérations qui permettent de passer d'un mot à un autre.

1. **Règle du minimum.**

   Nous remplissons la quatrième case d'un petit tableau par la règle suivante :
   - si la quatrième case est blanche : on ajoute +1 à tous les nombres et on prend le minimum des trois nombres ;
   - si la quatrième case est grise : on ajoute +1 seulement aux cases au-dessus et à gauche, puis on prend le minimum des trois nombres.

   Voici deux exemples : avec une case blanche et avec une case grise.

Case blanche

3	4
3	

ajout →

3_{+1}	4_{+1}
3_{+1}	

minimum →

3_{+1}	4_{+1}
3_{+1}	**4**

Case grise

3	4
3	(grise)

ajout →

3_{+0}	4_{+1}
3_{+1}	(grise)

minimum →

3_{+0}	4_{+1}
3_{+1}	**3** (grise)

Complète les tableaux suivants :

2	1
2	

2	3
3	(grise)

2	0
1	(grise)

0	1
1	

5	4
6	(grise)

4	3
2	

2	3
2	

4	4
4	(grise)

2. **Initialisation.**

   Pour calculer la distance entre deux mots, nous allons faire les calculs à l'aide d'un tableau. Avant de commencer les calculs, voici la disposition de départ :
   - le premier mot est écrit en colonne, le second en ligne ;
   - on remplit une colonne et une ligne d'entiers $0, 1, 2, \ldots$;
   - on grise les cases lorsque les deux lettres de chaque mot sont identiques.

Exemple simple avec **PAS** et **PLAT** (il y a une case grise pour le **P** commun et une grise pour le **A** commun).

		P	L	A	T
P					
A					
S					

		P	L	A	T
	0	1	2	3	4
P	1				
A	2				
S	3				

		P	L	A	T
	0	1	2	3	4
P	1				
A	2				
S	3				

Voici un autre exemple avec **VOILE** et **CERISE**.

		C	E	R	I	S	E
	0	1	2	3	4	5	6
V	1						
O	2						
I	3						
L	4						
E	5						

Trace les grilles, la numérotation et grise les cases pour les paires de mots :

BUS	et	**BRUT**
FRUIT	et	**CRIS**
PETITE	et	**LETTRE**
AVION	et	**BATEAU**

3. **Calcul de la distance de Levensthein.**

   Voici un algorithme pour calculer la distance de Levensthein entre deux mots.
   - Initialise le tableau avec un mot en colonne et l'autre en ligne.
   - Remplis, une à une, les cases avec la règle des minimums.
   - La distance de Levensthein est la valeur dans la case en bas à droite.

   Reprenons l'exemple : de **PAS** à **PLAT**

		P	L	A	T
	0	1	2	3	4
P	1				
A	2				
S	3				

(a) Initialisation

		P	L	A	T
	0	1	2	3	4
P	1	0			
A	2				
S	3				

(b) Première case

		P	**L**	**A**	**T**
	0	1	2	3	4
P	1	**0**	**1**	**2**	**3**
A	2				
S	3				

(c) Première ligne

		P	**L**	**A**	**T**
	0	1	2	3	4
P	1	**0**	**1**	**2**	**3**
A	2	**1**	**1**	**1**	**2**
S	3	**2**	**2**	**2**	**2**

(d) Tableau et distance

(a) Le tableau est initialisé comme à la question précédente ; (b) on commence à compléter le tableau en suivant la règle du minimum ; (c) on remplit une à une les cases de la première ligne avant de passer à la suivante ; (d) le tableau est complet ; la distance de Levensthein est la valeur en bas à droite.

Voici un exemple plus compliqué, qui calcule la distance de Levensthein entre **VOILE** et **CERISE** qui vaut 4.

		C	**E**	**R**	**I**	**S**	**E**
	0	1	2	3	4	5	6
V	1	1	2	3	4	5	6
O	2	2	2	3	4	5	6
I	3	3	3	3	3	4	5
L	4	4	4	4	4	4	5
E	5	5	4	5	5	5	4

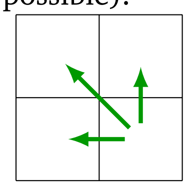
Calcule la distance de Levensthein entre les mots suivants :

BUS	et	**BRUT**
FRUIT	et	**CRIS**
PETITE	et	**LETTRE**
AVION	et	**BATEAU**

4. **Retrouver les opérations.**

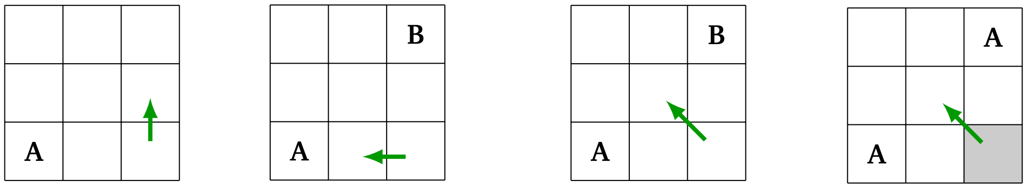
   Avec un peu plus d'efforts, on retrouve les opérations nécessaires pour passer d'un mot à l'autre.

   - Il faut d'abord trouver un chemin décroissant de la dernière case, vers la première case. Pour une case, on va vers l'une des trois cases qui a permis de réaliser la règle du minimum (donc vers une valeur la plus petite possible).



Ensuite, on passe du mot vertical au mot horizontal, en associant à certaines flèches une opération :

- si la valeur reste la même, on ne réalise aucune opération ;
- si la flèche est ↑, on supprime une lettre du mot vertical ;
- si la flèche est ←, on insère une lettre du mot horizontal ;
- si la flèche est ↖, on remplace une lettre du mot vertical par une lettre du mot horizontal.



Supprimer **A** Insérer **B** après **A** Remplacer **A** par **B** Ne rien faire.

Comment passer de **PAS** à **PLAT** en 2 opérations ? Tout d'abord, on trouve un chemin décroissant en suivant la règle des minimums.

		P	L	A	T
	0	1	2	3	4
P	1	0	1	**2**	**3**
A	2	**1**	**1**	1	**2**
S	3	**2**	**2**	**2**	2

Ainsi, en partant du bas à droite :
- on part d'en bas à gauche, le mot de départ est **PAS** ;
- première flèche ↖ : on remplace le **S** par un **T** : **PAT** ;
- seconde flèche ↖ : comme on ne change pas de valeur : on ne fait rien ;
- troisième flèche ← : on insère le **L** après le **P** : **PLAT** ;
- dernière flèche ↖ : comme on ne change pas de valeur : on ne fait rien.

On a donc :

PAS $\longrightarrow$ **PAT** $\longrightarrow$ **PLAT**

Pour passer de **VOILE** à **CERISE**, voici un chemin (d'autres sont possibles).

		C	E	R	I	S	E
	0	1	2	3	4	5	6
V	1	1	2	3	4	5	6
O	2	2	2	3	4	5	6
I	3	3	3	3	3	4	5
L	4	4	4	4	4	4	5
E	5	5	4	5	5	5	4

En partant du bas à droite, et en ne considérant que les flèches où la valeur change :
- la deuxième flèche est ↖ : **VOILE** devient **VOISE** ;
- la quatrième flèche est ← : **VOISE** devient **VORISE** ;
- la cinquième flèche est ↖ : **VORISE** devient **VERISE** ;

- la sixième flèche est ↖ : **VERISE** devient **CERISE**.

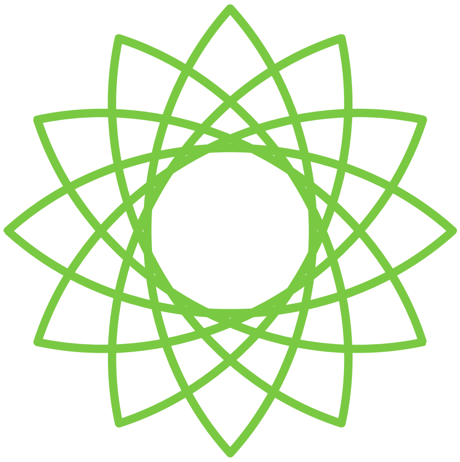
Trouve les opérations qui permettent de passer d'un mot à l'autre en un minimum d'étapes :

BUS	et	**BRUT**
FRUIT	et	**CRIS**
PETITE	et	**LETTRE**
AVION	et	**BATEAU**

Auteur : Arnaud Bodin
Relecture : Stéphanie Bodin, François Recher

Version 0.91 – Mai 2017

SCRATCH AU COLLÈGE



CODES ET ALGORITHMES

Exo7

À la découverte du code

Scratch est un logiciel idéal pour apprendre à programmer. Il a été spécialement conçu pour les enfants et les débutants. La programmation avec Scratch est ludique car il est facile de faire de beaux dessins et des petits jeux. En plus, la programmation est facile, car il suffit de déplacer des blocs pour écrire son code.

Pourquoi apprendre à coder ? Pour utiliser un ordinateur, je n'ai pas besoin de savoir le programmer ! C'est comme pour les voitures, je n'ai pas besoin de connaître la mécanique pour conduire. Mais, dans le monde qui nous entoure, l'informatique est partout, dans les ordinateurs bien sûr, mais aussi dans nos téléphones, et en fait dans tous les appareils électroniques. Et bientôt, ce seront les ordinateurs qui piloteront les voitures ! Il est donc indispensable d'apprendre à parler le langage des ordinateurs.

Les langages pour programmer un ordinateur sont nombreux, mais une fois qu'un langage est bien compris, les autres s'apprennent plus vite. Scratch est facile à prendre en main et il permet d'aborder bon nombre de situations de programmation. Avec Scratch, la programmation devient un jeu et votre ordinateur un compagnon. Alors, prêts à programmer ?

Sommaire

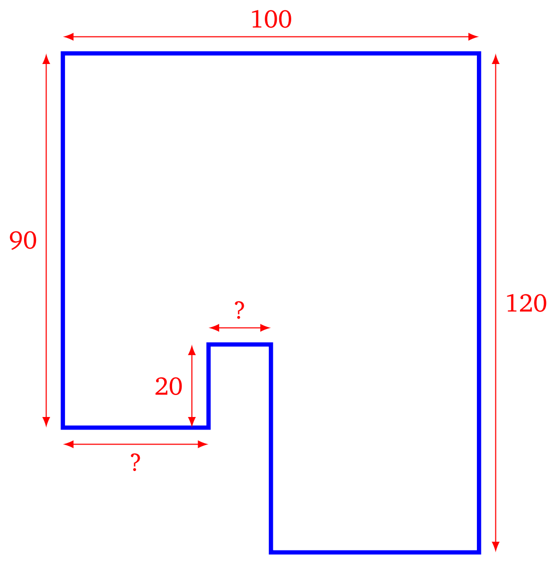
Premiers pas

Énigme 1.
Dans cette énigme, Scratch ne se déplace qu'horizontalement et verticalement. De plus, il ne peut avancer que de multiples de 50 pas : 50, 100, 150, 200... J'ai déjà positionné les instructions suivantes :

- S'orienter à 90° (vers la droite)
- Avancer de 100
- S'orienter à 180° (vers le bas)
- Avancer de 100
- S'orienter à 90° (vers la droite)
- Avancer de 50

Question. Je souhaite retourner à ma position de départ sans jamais passer deux fois au même endroit (c'est-à-dire sans couper mon propre chemin). Combien de pas devrais-je faire, au minimum, pour retourner au départ ?

Énigme 2.
J'ai suivi le parcours suivant. Je me souviens de certaines dimensions (mesurées en pas), il y en a d'autres que je peux retrouver par le calcul, mais malheureusement il y a des dimensions dont je ne me souviens pas.
Programme ce parcours en choisissant des valeurs pour les dimensions inconnues.



Question. Quelle est en pas la longueur du parcours complet ?

Énigme 3.
Je trace des segments en suivant les instructions que voici :

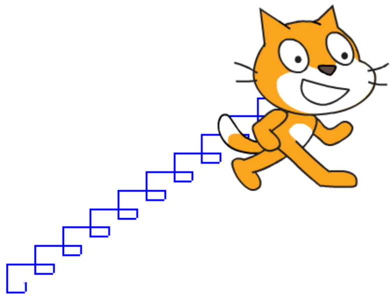
- **Étape 1.** Avancer de 50. Tourner de 10°.
- **Étape 2.** Avancer de 50. Tourner de 20°.
- **Étape 3.** Avancer de 50. Tourner de 30°.
- ...
- ...

Question. À quelle étape vais-je recouper le parcours que je suis en train de tracer ?

Énigmes 2

Répéter

Énigme 1.



On se place en $x = 0$ et $y = 0$ et on répète 10 fois les instructions suivantes :

- s'orienter à $180°$
- avancer de 5
- s'orienter à $-90°$
- avancer de 10
- s'orienter à $0°$
- avancer de 15
- s'orienter à $90°$
- avancer de 25

Question. À la fin, quelle est la valeur de x ?

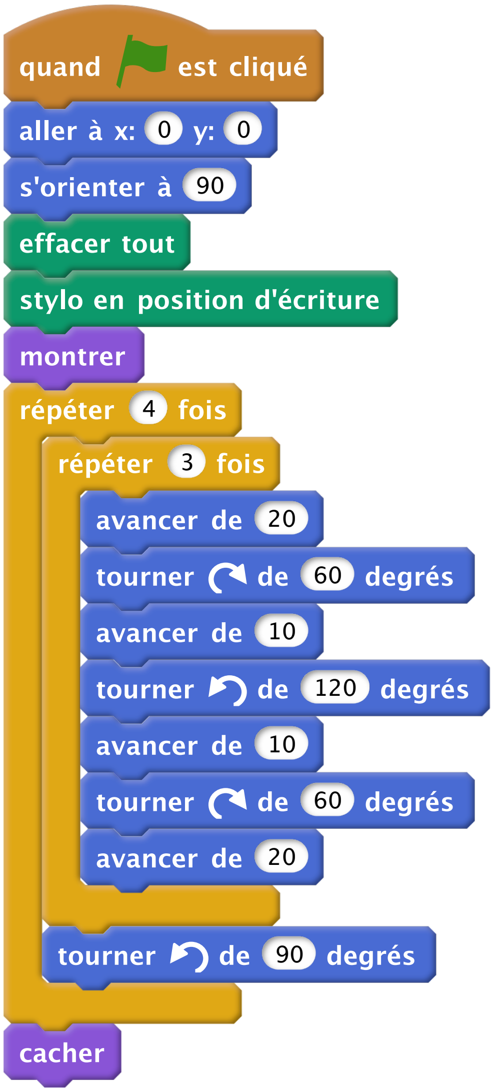
Énigme 2.
On considère les instructions suivantes :

- avancer de 20
- tourner vers la gauche de 15 degrés

Question. Combien de fois faut-il répéter ces deux instructions pour revenir à la position de départ ?

Énigme 3.
Le code suivant affiche un carré avec des petits triangles sur chaque côté.

Question. Combien y a-t-il de petits triangles en tout ?


quand est cliqué
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
montrer
répéter 4 fois
répéter 3 fois
avancer de 20
tourner de 60 degrés
avancer de 10
tourner de 120 degrés
avancer de 10
tourner de 60 degrés
avancer de 20
tourner de 90 degrés
cacher

Énigmes 3

Coordonnées x, y

Énigme 1.

Question. Quel nombre à deux chiffres se cache sous le dessin suivant ?

Premier chiffre. Ligne brisée qui relie les points de coordonnées :

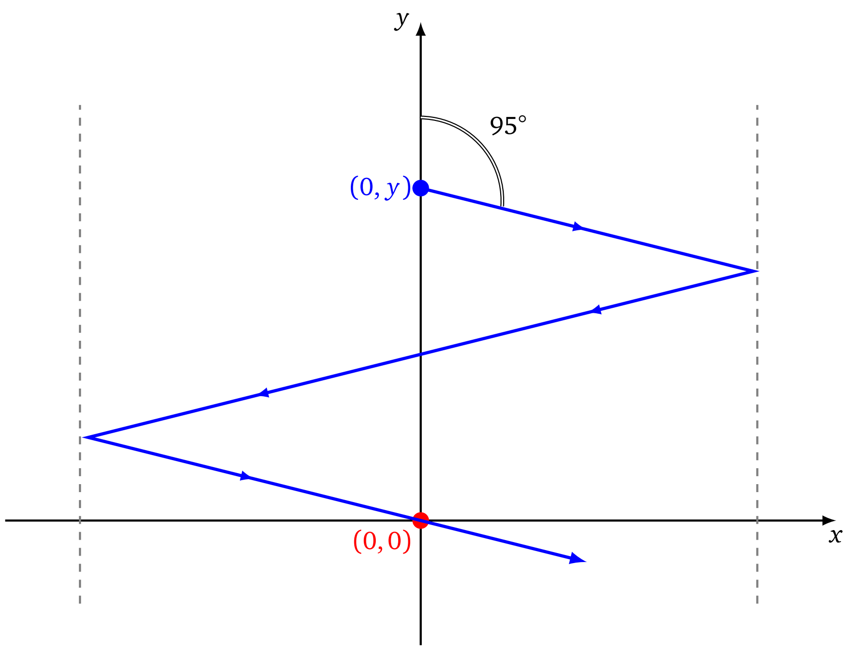
$$(27,117) \quad (83,115) \quad (79,59) \quad (25,57) \quad (23,7) \quad (77,5)$$

Second chiffre. Ligne brisée qui relie les points de coordonnées :

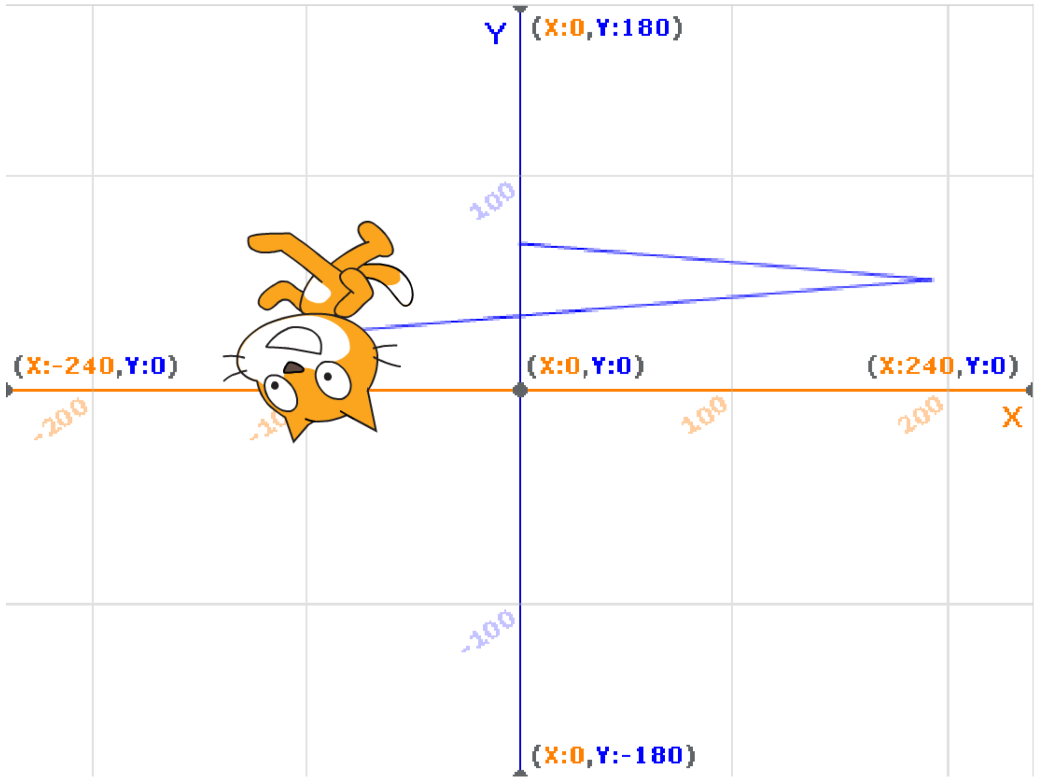
$$(117,57) \quad (169,59) \quad (167,5) \quad (113,7) \quad (119,117) \quad (171,115)$$

Énigme 2.

La chat Scratch part d'un point de coordonnées $(0, y)$ et se déplace vers la droite avec un angle de 95° par rapport au nord. Il rebondit une fois à droite puis une fois à gauche sur les bords de l'écran.



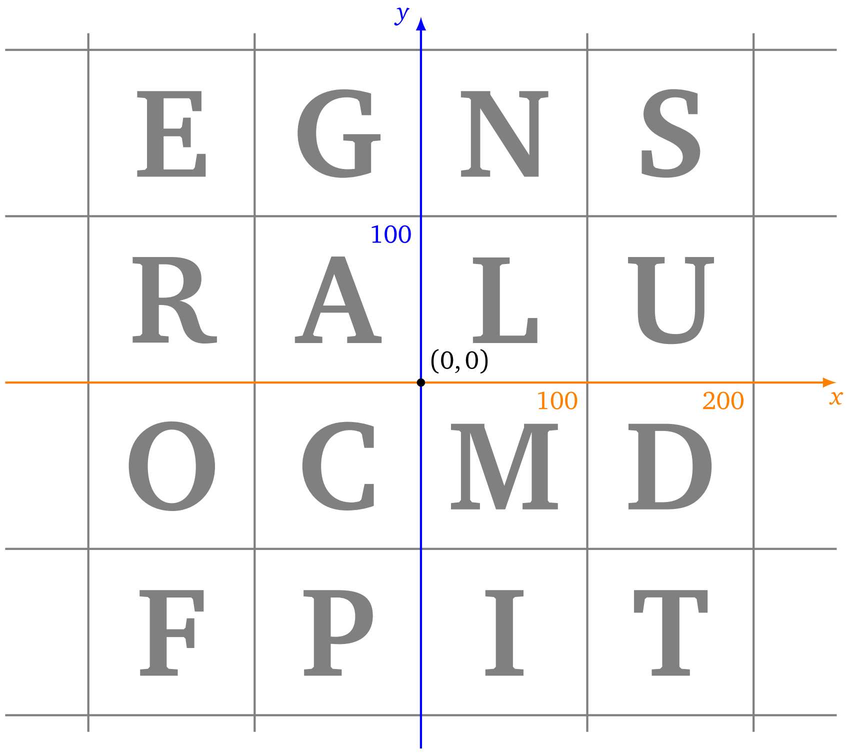
Question. Quelle doit être la valeur de l'entier positif y pour que Scratch repasse par l'origine $(0,0)$ après deux rebonds ?



Indications.

- Utiliser comme arrière-plan la grille des coordonnées.
- Ne pas changer le costume Scratch par défaut.
- Faire avancer Scratch d'un pas à chaque fois et utiliser le bloc « Rebondir si le bord est atteint ».
- Dans le menu « Édition » il existe un « Mode turbo » pour avancer plus vite.
- Une erreur de plus ou moins 2 est acceptée !

Énigme 3.
On a associé chaque zone de coordonnées une lettre.



Scratch va se déplacer sur ce quadrillage. À chaque fin d'étape, la case sur dans laquelle il se trouveera contiendra une lettre du mot qui est à découvrir.

- On part de $(0, 0)$.
- *Lettre 1.* S'orienter à 135° et avancer de 200.
- *Lettre 2.* Conserver la même valeur pour x, mais avec $y = 50$.
- *Lettre 3.* Conserver la même valeur pour y, mais avec $x = -150$.
- *Lettre 4.* Échanger x et y (partant du point (x, y) il faut aller au point (y, x)).
- *Lettre 5.* Ajouter 300 à la valeur de y.
- *Lettre 6.* Changer x en $-x$.

Question. Quel est ce mot (et quelle est l'histoire de cette personne) ?

Énigmes
4

Si... alors...

Énigme 1.

- Scratch part de $x = -200$, $y = 0$.
- Scratch s'oriente à 80° (par rapport au Nord).
- Ensuite on répète indéfiniment :
  — avancer de 5,
  — si $x > y$, alors on affiche x.

Question. Quelle est la première valeur de x affichée ? (On arrondira x à l'entier supérieur ou inférieur.)

Énigme 2.
Scratch se déplace en fonction des touches de flèches pressées. Il part de $x = 0$, $y = 0$ et est orienté vers la droite.

- Si la flèche droite ($\rightarrow$) est pressée, alors Scratch avance de 30 (et attend 0.2 seconde).
- Si la flèche haut ($\uparrow$) est pressée, alors Scratch tourne de 15° vers la gauche (et attend 0.2 seconde).

Programme Scratch afin qu'il suive ces consignes.

Voici la séquence d'instructions saisie par un élève :

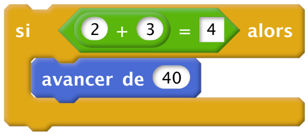
$$\rightarrow \quad \rightarrow \quad \uparrow \quad \rightarrow \quad \uparrow \quad \rightarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad \uparrow \quad \rightarrow$$

Question. Quelle est la valeur de l'abscisse x à la fin de ces instructions ? (On arrondira la réponse à l'entier supérieur ou inférieur.)

Énigme 3.
Scratch avance si certaines conditions sont validées.

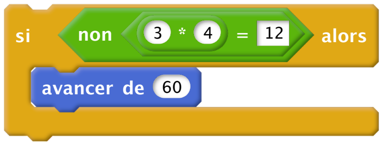
- Si « $2 < 3$ », alors Scratch avance de 30.

- Si « $2+3=4$ », alors Scratch avance de 40.



- Si « $2\times 3 > 7$ **ou** $9-5 > 3$ », alors Scratch avance de 50.

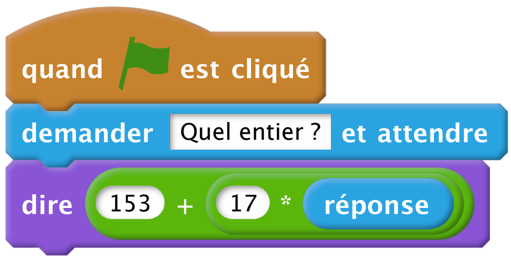
- Si « **non** $(3\times 4 = 12)$ », alors Scratch avance de 60.



Question. Au total, après toutes ces instructions, de combien de pas Scratch a-t-il avancé ?

Entrée/Sortie

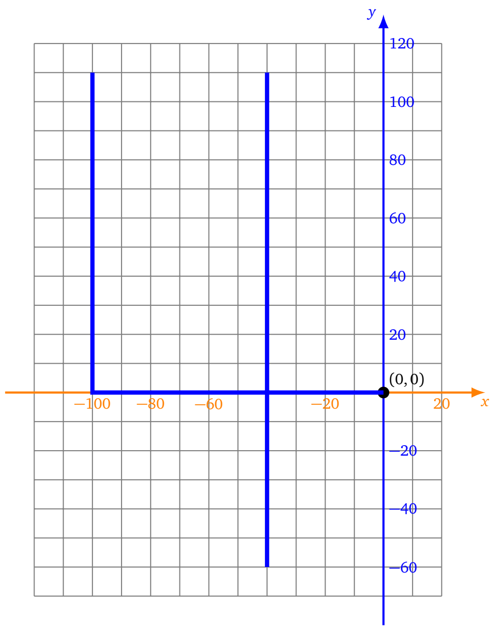
Énigme 1.
Pour ce programme, Scratch termine en disant « 28118 ».



Question. Quel entier l'utilisateur a-t-il saisi en entrée ?

Bonus. Quel machine a été inventée cette année-là ?

Énigme 2.
Pour dessiner ce chiffre « 4 », j'ai donné à Scratch une suite d'instructions en tapant des lettres au clavier.



Voici comment Scratch réagit lorsqu'une touche est tapée :
- la touche **h**, ajoute 60 à x,
- la touche **p**, retire 100 à x,

- la touche **y**, ajoute 110 à y,
- la touche **n**, retire 170 à y,
- la touche **o**, place le stylo en position d'écriture,
- la touche **t**, relève le stylo.

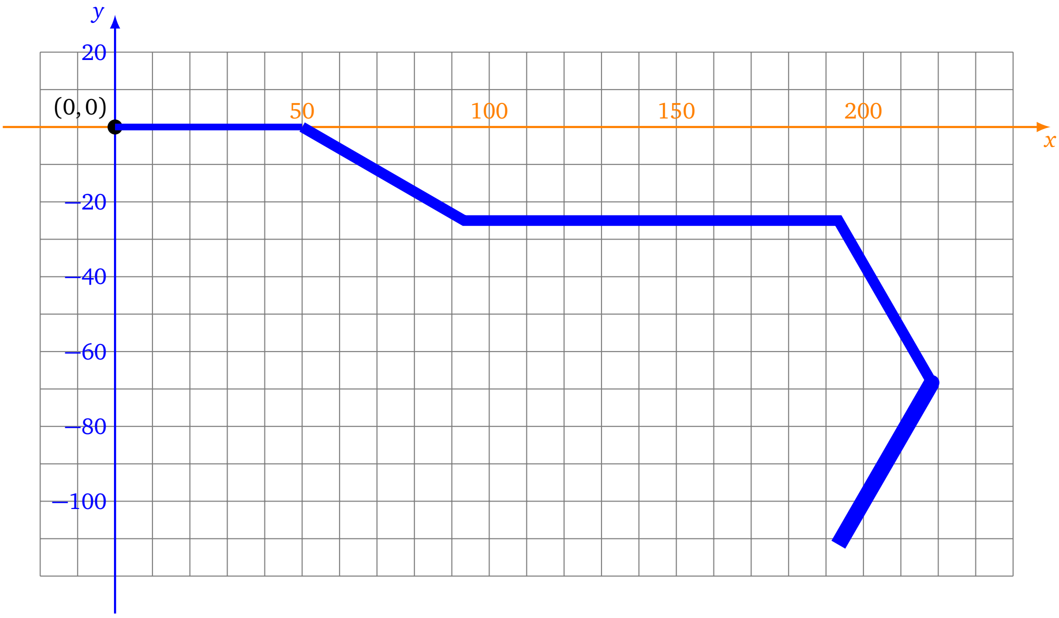
Indications.

- Comme d'habitude Scratch part de $(0,0)$ orienté vers la droite, stylo en position d'écriture.
- Il est important de faire patienter Scratch (par exemple 0.2 secondes) après avoir exécuté une instruction (pour éviter la répétition involontaire des touches tapées).

Question. Quelle suite de lettres ai-je tapée au clavier ? Donner la réponse sous forme d'un mot.

Énigme 3.
Pour dessiner ce parcours, je donne à Scratch des instructions en tapant au clavier les lettres suivantes :

b c a b s b b i b c i b



À chacune des cinq lettres : **a b c i s** correspond une instruction.
Le problème c'est que j'ai oublié la correspondance entre les lettres et les instructions que voici :

- une première lettre, fait avancer Scratch de 50,
- une deuxième lettre, fait tourner Scratch de 30° vers la droite,
- une troisième lettre, fait tourner Scratch de 30° vers la gauche,
- une quatrième lettre, fait tourner Scratch de 60° vers la droite,
- une cinquième lettre, augmente la taille du stylo.

Indications. Encore une fois, Scratch part de $(0,0)$ et est orienté vers la droite (90°).
Quelle est est la première lettre (parmi **a**, **b**, **c**, **i**, **s**), puis la deuxième (parmi les mêmes touches)...
Question. Quel mot (anglais) de cinq lettres est formé en juxtaposant ces cinq lettres ?

Variables et hasard

Énigme 1.
On lance deux dés un grand nombre de fois. On compte combien de fois la somme des deux dés fait 5 ou 9.

Question. J'ai effectué 10 000 lancers de mes deux dés. Combien de fois environ ai-je obtenu 5 ou 9 : 1000 fois, 2000 fois, 3000 fois, . . . , 9000 fois ou 10 000 fois ?

Indication.

- Par chaque dé, on tire au hasard un nombre entre 1 et 6.
- Le mode turbo permet d'aller plus vite !

Énigme 2.
Voici une façon de simuler le hasard par ordinateur.

- On part d'un entier x_0, la « graine ».
- On calcule un entier x_1 en fonction de x_0.
- On calcule x_2 en fonction de x_1.
- . . .

Si la fonction qui permet de faire les calculs est bien choisie alors les nombres x_1, x_2, x_3 ont l'air d'être tirés au hasard.
Voici l'algorithme que j'utilise :

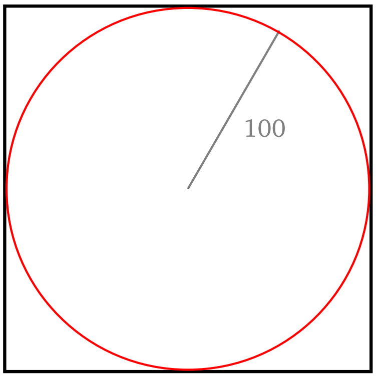
- $x \leftarrow 13$
- Répéter 10 fois :
  — $x \leftarrow 11 \times x + 3$
  — $x \leftarrow x$ modulo 100

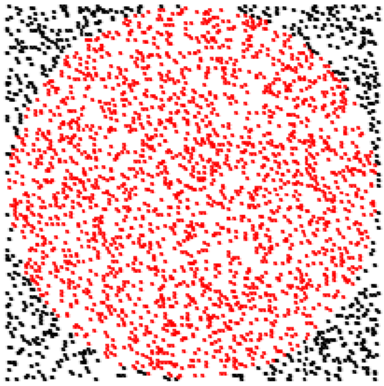
La graine est 13. Le premier nombre généré est 46, le second est 9, le troisième est 2...
Question. Combien vaut le dixième nombre généré ?

Indication.

- L'opération « x modulo 100 » est une façon simple de garder seulement les deux derniers chiffres d'un entier x. Par exemple « 1234 modulo 100 », c'est 34.
- Une autre façon, plus mathématique, de définir l'opération « x modulo 100 » est que ce nombre est le reste de la division par 100.
- On l'obtient avec Scratch par le bloc :

Énigme 3.
On lance au hasard des points dans un carré. On compte ceux qui tombent dans le disque (figure de gauche). Sur la figure de droite, on a lancé de nombreux points. En rouge ce sont les points qui sont tombés dans le disque, les autres sont en noir.





Comment tirer un point au hasard ?

- Tirer au hasard un nombre x entre -100 et $+100$.
- Tirer au hasard un nombre y entre -100 et $+100$.
- Le point est (x, y).

Comment savoir si le point est bien dans le disque ? Le point (x, y) est dans le disque lorsque :

$$x \times x + y \times y \leqslant 10\,000$$

Question. On tire beaucoup de point (au moins 5000). Combien vaut le nombre :

$$40 \times \frac{\text{nombre de points dans le disque}}{\text{nombre total de points lancés}} \quad ?$$

Pour la réponse, on arrondira à l'entier le plus proche.

Énigmes 7

Si ... alors ... sinon ...

Énigme 1 (La suite de Syracuse)**.**
La suite de Syracuse est une suite mystérieuse. On part d'un nombre entier x, puis on applique un certain nombre de fois l'opération suivante :

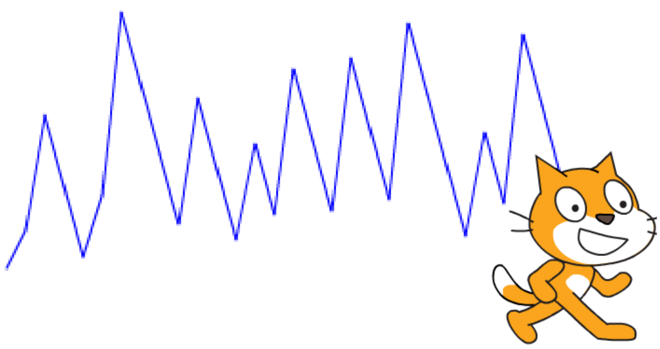
- Si x est pair, alors x devient $x/2$;
- sinon, x devient $3 \times x + 1$.

Voici comment tester si un nombre x est pair :

Question. On part de $x = 2017$. On effectue 50 fois l'opération. Combien vaut-alors x ?
Indication. Après une opération, on a $x = 6052$, après deux opérations $x = 3026$...

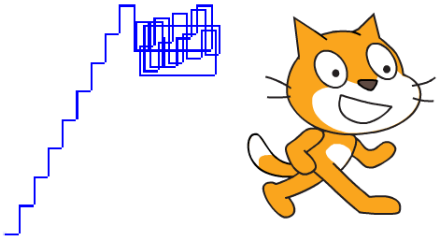
Énigme 2.
Scratch a un comportement bizarre !

- Scratch part en $x = -150$, $y = +10$.
- Chaque jour on ajoute $+10$ à x.
- Chaque jour, on change aussi y :
  - Si $y < 50$ alors y devient $3 \times y$,
  - sinon y devient $y - 37$.



Question. Au bout de 30 jours, Scratch est en $x = 150$. Combien vaut y ?

Énigme 3.



Scratch part de $x = 0$ et $y = 0$, puis se déplace selon les instructions suivantes :

- Si $x < 100$, on ajoute 7 à x, sinon on retire 37 à x.
- Si $y < 100$, on ajoute 14 à y, sinon on retire 22 à y.

À chaque déplacement il y a donc un mouvement horizontal, puis un mouvement vertical.

Question. Après 40 déplacements, il se retrouve en un point où $y = 92$. Combien vaut alors x ?

Indication. Sur l'image ci-dessus, les 30 premiers déplacements sont dessinés.

Énigmes 8

Plusieurs lutins

Énigme 1 (Paf le chien !).
Un chien et un chat courent l'un vers l'autre, où vont-ils se rencontrer ?
Sur le dessin, le chat se déplace de la gauche vers la droite, le chien de la droite vers la gauche.

Le chien.
- Il part de $(200,0)$, il s'oriente vers la gauche.
- Il est réduit à une taille minuscule : le mettre à 0% de sa taille initiale.
- Répéter indéfiniment : avancer de 3.

Le chat.
- Il part de $(-200,0)$, il s'oriente vers la droite.
- Le mettre à 0% de sa taille initiale.
- Répéter indéfiniment : avancer de 4.

Question. Combien vaut l'abscisse x (du chat) lorsque le chat rencontre le chien ? (Arrondir à l'entier inférieur ou supérieur, une tolérance est acceptée !)

Énigme 2 (Les chats de Fibonacci).
Un chat crée des clones de lui-même, qui eux-mêmes créent des clones...

Le chat initial.
Répéter 10 fois :

- Attendre 1 seconde.
- Créer un clone de lui-même

Puis stopper tout.

Les chats clonés.
Quand un chat démarre comme un clone :

- Attendre 1 seconde. (Il se repose un peu !)
- Répéter indéfiniment :
  — Attendre 1 seconde.
  — Créer un clone de lui-même.

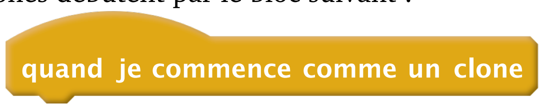
On commence avec un chat, au bout d'une seconde on a un chat et un clone. Au bout de 2 secondes le chat crée un nouveau clone, alors que le premier clone se repose encore un peu (on a donc 3 chats en tout). Au bout de 3 secondes, on aura 2 nouveaux chats (donc 5 en tout)...

Question. Combien de chats y-a-t'il en tout au bout des 10 secondes ?

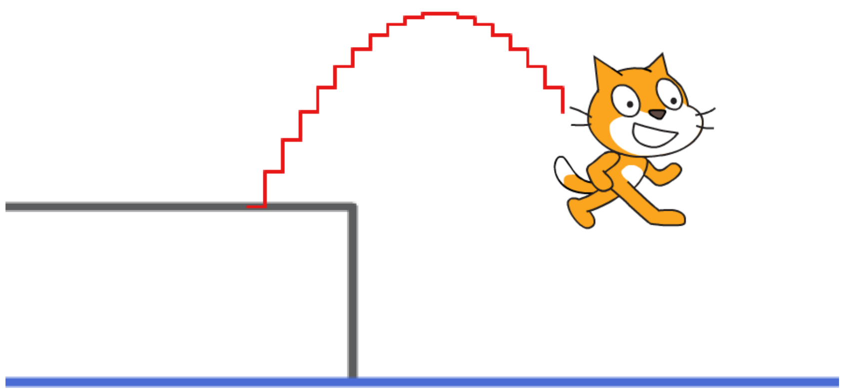
Blocs utiles.

- Voici le bloc qui permet de créer un clone :

- Les instructions pour les clones débutent par le bloc suivant :



Énigme 3 (Le saut du chat).
Le chat fait un saut et retombe dans la piscine (en rouge le début de sa trajectoire, en bleu le niveau de l'eau).



Le chat.

- Le chat part de $(-100, 0)$.
- Le niveau de l'eau est $y = -100$.
- Il effectue un saut réaliste, comme ci-dessous.

Le saut réaliste.

- Une variable `saut` est initialisée à 20.
- On répète :
  - — ajouter 10 à l'abscisse x,
  - — ajouter `saut` à l'ordonnée y,
  - — ajouter -2 à `saut`.

Question. Combien de répétitions doivent être effectuées afin que le centre de Scratch touche l'eau ?

Énigmes 9

Sons

Énigme 1 (La musique du sinus)**.**
On joue une note en fonction des décimales de $\sin(97 \times n)$ avec $n = 1, 2, 3, \ldots$
Le sinus d'un nombre est un nombre réel entre -1 et $+1$. Par exemple, pour $n = 5$

$$\sin(97 \times 5) = 0.8191\ldots$$

Les deux premières décimales sont 81, donc pour $n = 5$, on joue la note 81 !
Pour n variant de 1 à 100, Scratch joue la note associée aux premières décimales, avec les conditions suivantes :

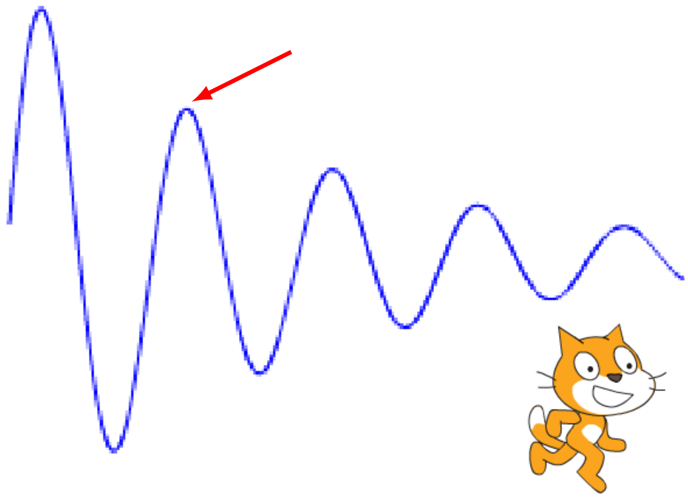
1. Le sinus doit être positif. (Par exemple pour $n = 10$, $\sin(97 \times 10) = -0.93\ldots < 0$ donc on ne joue aucun son.)
2. La note doit être > 30 (sinon le son est trop grave). (Par exemple pour $n = 15$, $\sin(97 \times 15) = 0.2588\ldots$, alors `note` $= 25$, donc on ne joue aucun son.)

Question. Combien de notes vont être jouées, lorsque n varie de 1 à 100 ?

Indications. Voici une façon d'extraire les deux premières décimales :

- On calcule d'abord $\sin(97 \times x)$. C'est un nombre réel entre -1 et $+1$. (Pour $n = 5$, $\sin(97 \times 5) = 0.8191\ldots$.)
- On multiplie ce nombre par 100. On obtient donc un nombre réel entre -100 et $+100$. (Pour $n = 5$, $100 \times \sin(5 \times 97) = 81.91\ldots$.)
- La fonction `plancher` ne retient que la partie entière. (Donc pour $n = 5$, on retient `note` $= 81$.)

Énigme 2 (Le sinus amorti)**.**
Lorsque le son se propage, il peut être amorti. C'est-à-dire que l'onde perd un peu d'énergie en avançant. Voici une onde amortie dessinée par Scratch :



La formule pour dessiner cette courbe est :

$$y = 100 \times e^{-0.01 \times x} \times \sin(7 \times x)$$

Dans la pratique, Scratch se déplace aux points (x, y) avec $0 \leqslant x \leqslant 240$ et y est donné par la formule :

Question. Quelle est la hauteur y du second pic ? (Répondre par un entier, une erreur de ± 2 est tolérée !)

Indications :

- Le second pic est indiqué par la flèche rouge sur le dessin.
- La hauteur du premier pic est de 88 environ.
- La fonction qui permet d'obtenir cet amorti est la fonction exponentielle e^x et se trouve dans la liste des fonctions mathématiques (catégorie « Opérateurs »).

Énigme 3 (La musique de Shakespeare)**.**
L'utilisateur rentre une phrase, l'ordinateur joue une musique en fonction des caractères de la phrase.

Voici la règle du jeu :

- Si la lettre est **E**, la note jouée est un *do* (60),
- si la lettre est **S**, la note jouée est un *ré* (62),
- si la lettre est **A**, la note jouée est un *mi* (64),
- si la lettre est **I**, la note jouée est un *fa* (65),
- si la lettre est **N**, la note jouée est un *sol* (67),
- si la lettre est **T**, la note jouée est un *la* (69).
- Pour les autres caractères (y compris une espace) aucune note n'est jouée.

Attention, il y a une règle supplémentaire : on joue une note uniquement si la lettre précédente n'est pas un **E**.

Par exemple : **MESSAGE ESSAI** va jouer les 8 notes : *do ré mi do do ré mi fa*. En effet **M** ne joue pas, **E** joue un *do*, le premier **S** n'est pas joué car la lettre précédente en un **E**, par contre le second **S** joue un *ré*,

A joue un *mi*, **G** ne joue rien, *E* joue un *do*, l'espace entre les deux mots ne joue rien, le **E** qui démarre le second mot joue un *do* (le caractère précédent est une espace),...

Voici une phrase :

ETRE OU NE PAS ETRE TELLE EST LA QUESTION C EST SHAKESPEARE QUI LE DIT DANS HAMLET

Question. Combien de notes vont être jouées ?

Indications :
- Copie-colle la phrase pour éviter les erreurs de frappe.
- Rajoute un temps aléatoire pour la durée du son, afin d'avoir une musique moins monotone.

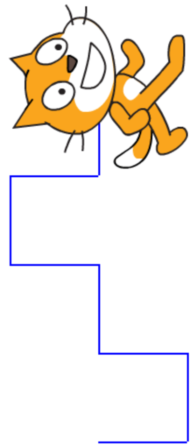
Invasion – Pas d'énigmes !

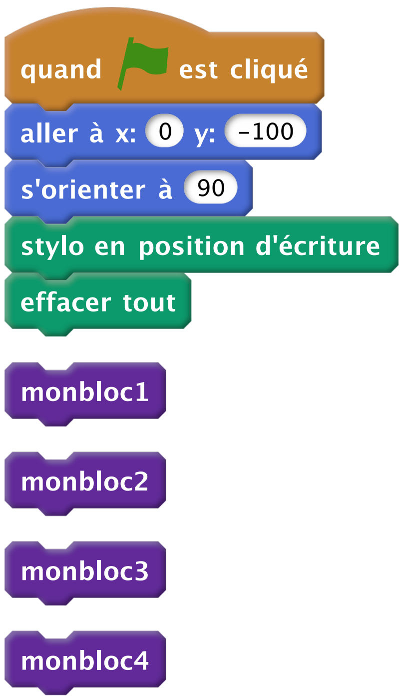
Pas d'énigmes pour cette fiche !

Énigmes 11

Créer ses blocs

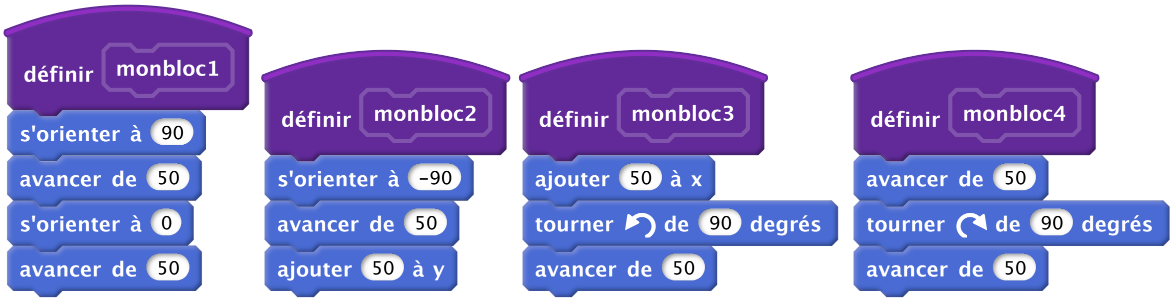
Énigme 1.
Je veux réaliser cette figure.





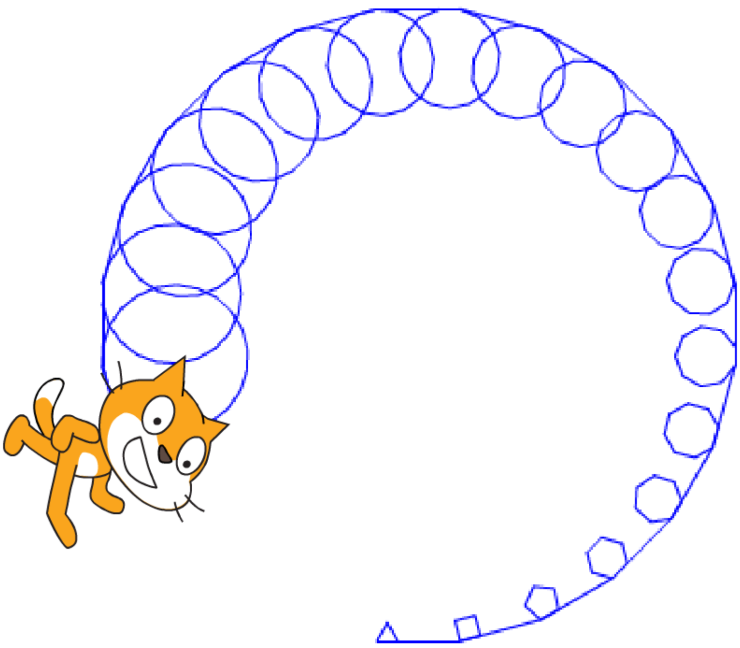
- J'ai défini quatre nouveaux blocs `monbloc1`, `monbloc2`, `monbloc3` et `monbloc4`.
- Lorsque le drapeau vert est cliqué, ces quatre blocs sont exécutés (un seule fois chacun).
- Malheureusement, j'ai oublié dans quel ordre je devais les placer afin de réaliser ma figure !

Voici les quatre blocs que j'ai défini :

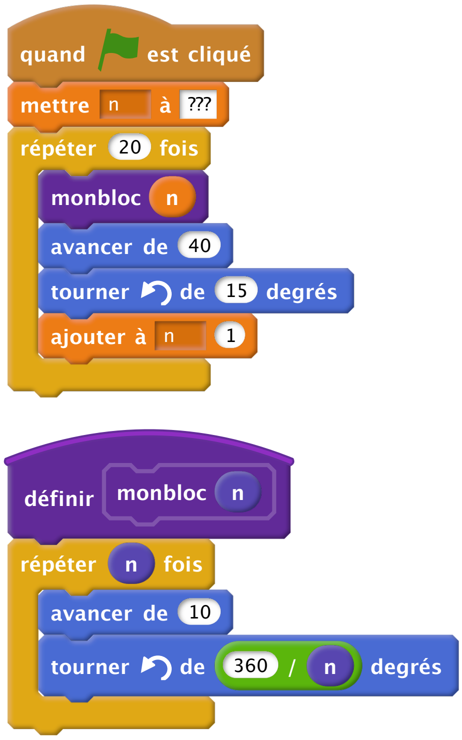


Question. Quel doit être l'ordre des blocs ?
Répondre sous la forme d'un entier à quatre chiffres. Par exemple, s'il faut exécuter `monbloc2`*, puis* `monbloc3`*, puis* `monbloc1`*, puis* `monbloc4`*, alors la répondre 2314.*

Énigme 2.
Je veux réaliser cette figure.

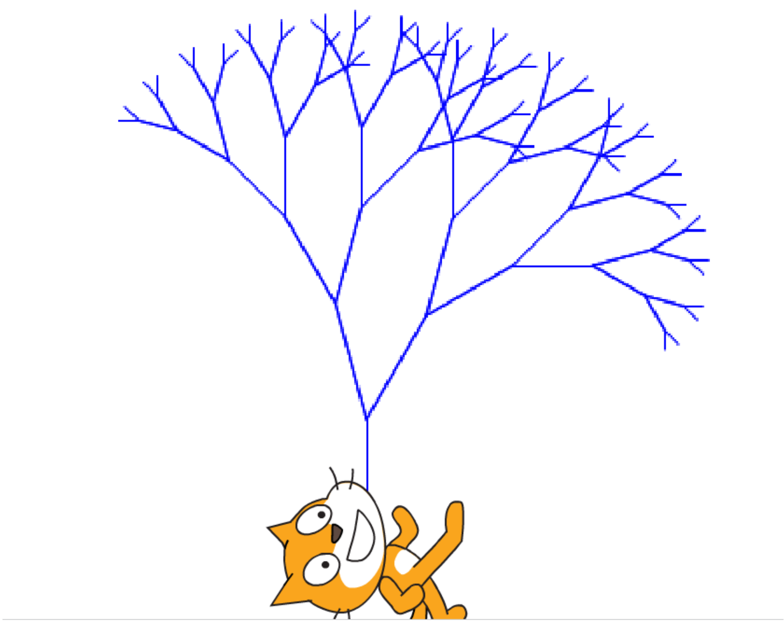


- J’ai défini un nouveau bloc `monbloc(n)` dont les instructions dépendent d’une entier n.
- Lorsque le drapeau vert est cliqué, la variable n est initialisée à une certaine valeur, puis une boucle utilise plusieurs fois `monbloc(n)`.
- Malheureusement, j’ai oublié à quelle valeur il faut initialiser la variable n !

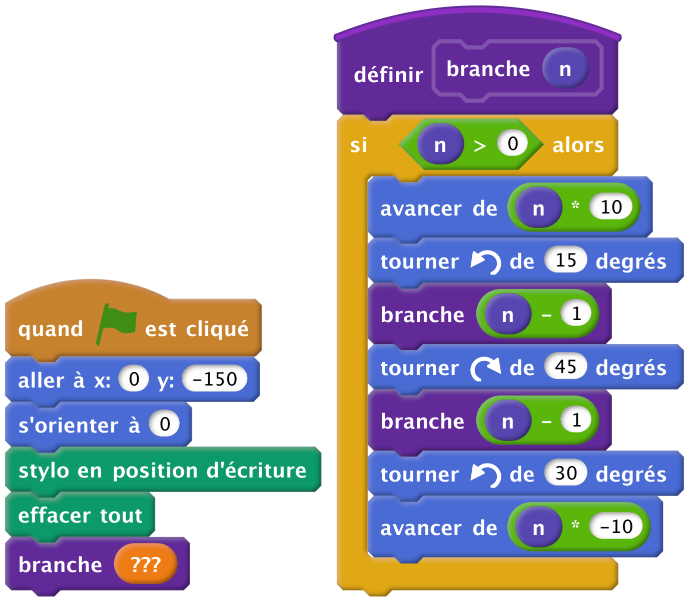


Question. Par quelle valeur faut-il remplacer les « ? ? ? » afin que le programme affiche le dessin voulu ?

Énigme 3.
Scratch doit dessiner cet arbre.



Voici le programme proposé !



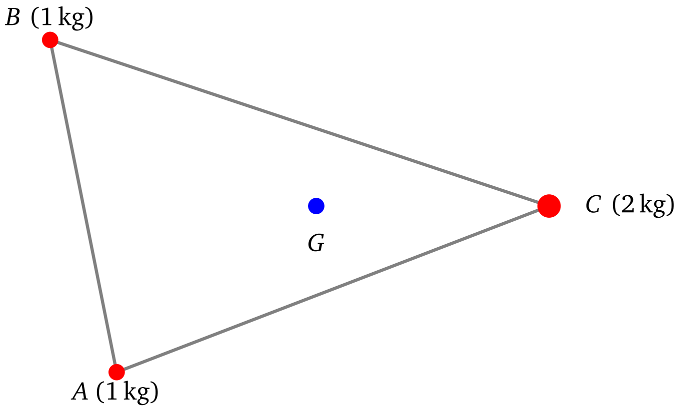
- Il semble que le programmeur soit devenu fou, car dans l'écriture du bloc `branche(n)`, le programme fait appelle au bloc lui-même à travers l'instruction `branche(n-1)`.
- Et pourtant cela fonctionne !
- Par contre, le programmeur a oublié de préciser la valeur de départ de n dans l'appel `branche(???)`.

Question. Par quelle valeur faut-il remplacer les « ? ? ? » afin que le programme affiche le dessin voulu ?

Énigmes
12

Listes

Énigme 1.
On pose 3 masses sur une plaque triangulaire. En A et B chaque masse est de 1 kg, en C elle est de 2 kg.



Les coordonnées $[x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C]$ de A, B, C sont données par la liste :

$$[20, 50, 0, 150, 150, 100].$$

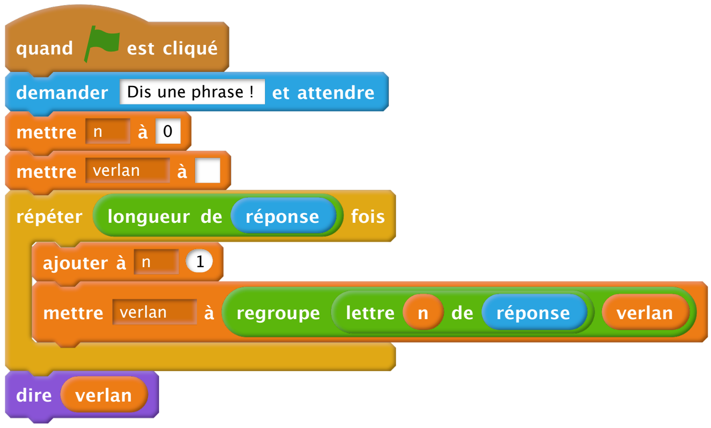
Le *centre de gravité* G a pour coordonnées :

$$x_G = \frac{x_A + x_B + 2x_C}{4}$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + 2y_C}{4}$$

Question. Calcule les coordonnées (x_G, y_G). Combien vaut $x_G + y_G$?

Énigme 2.
Un mot ou une phrase est une suite de caractères et se comporte à peu près comme une liste. Les éléments de la liste étant les caractères.
Voici un programme.



Question. L'utilisateur tape le mot « Bonjour ». Que dit Scratch ?

Énigme 3.

- Une urne contient 6 boules : 3 noires, 2 rouges, 1 bleue.
- On tire au hasard une première boule, *mais on ne la remet pas dans l'urne*.
- On tire au hasard un seconde boule.
- C'est gagné si l'une des boules est rouge et que l'autre est bleue.

Indication. Deux solutions pour modéliser un tirage sans remise.

1. Tirer la première boule. Supprimer la première boule de la liste. Puis tirer la seconde boule.
2. Tirer deux nombres n_1 et n_2 au hasard entre 1 et 6, jusqu'à ce qu'ils soient différents. La première boule sera l'élément n_1 de la liste et la seconde l'élément n_2.

Question. Sur 10 000 tirages, combien environ sont gagnants ? Donne la réponse parmi les entiers : 100, 300, 500, 700, 900, 1100, 1300, 1500...

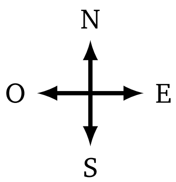
Énigmes sur feuille

Feuilles 1-2-3

Énigme 1 (Premiers pas)**.**
Je me déplace sur la grille en suivant le chemin :

E E N N O O O N O O S S S E S S

Malheureusement je ne sais plus depuis quelle case je suis parti !



6						
5						
4						
3						
2						
1						
	A	B	C	D	E	F

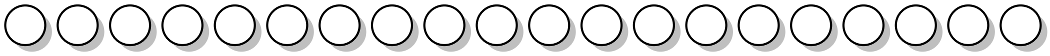
Question. Quelle sera la case d'arrivée ?
On rappelle les règles du jeu :
Je me déplace sur des cases en suivant des instructions Nord, Sud, Est, Ouest. Pour savoir quelle sera la case suivante, je regarde l'instruction écrite dans la case où je me trouve :

- *si je suis sur une case* ***N****, ma prochaine case sera celle située juste au Nord de ma case actuelle,*
- *si je suis sur une case* ***S****, je me déplacerai d'une case vers le Sud,*
- *pour un case* ***E****, je me déplacerai vers l'Est,*
- *pour une case* ***O****, je me déplacerai vers l'Ouest.*

Énigme 2 (Répéter)**.**
Nous avons trois couleurs, chacune codée par son initiale : **R** pour rouge, **V** pour vert, **B** pour bleu. Mais ici les couleurs sont codées par trois lettres **X**, **Y** ou **Z**.

Z 2Y 2(X 2Y Z) 2Z X 2(Y 2Z)

Sachant qu'il y a plus de rouge que de bleu, et plus de bleu que de vert, retrouve quelles sont les couleurs associées à **X**, **Y** ou **Z** et colorie les bulles suivantes.



Question. Quelles sont les couleurs des quatre première bulles. *Répondre sous la forme de quatre lettres. Par exemple : **BVRR**, pour bleu, vert, rouge, rouge.*

Énigme 3 (Opérations algébriques I)**.**
Je pars d'un entier x positif et j'effectue successivement les opérations suivantes :

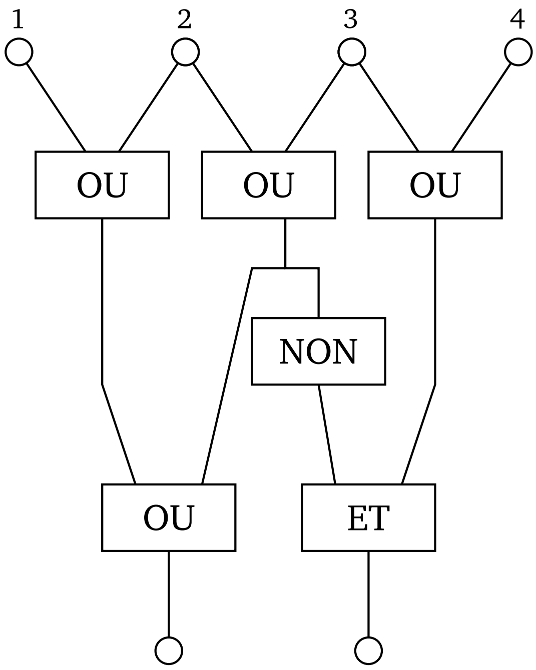
- $x \leftarrow x - 3$
- $x \leftarrow x \times x$
- $x \leftarrow x - 27$

Avec l'entier x que j'ai choisi, j'obtiens comme résultat mon entier de départ !

Question. Quelle est la valeur de ce x positif que j'ai choisi ?

Feuilles 4-5-6

Énigme 4 (Vrai et faux)**.**
Les lampes numérotées 1,2,3 et 4 peuvent être allumées ou éteintes. Ce qui allume ou éteint les deux lampes du bas.



Question. Quelles lampes faut-il allumer en haut, de sorte que les deux lampes du bas soient allumées en même temps ? *On indiquera la réponse par la position des lampes à allumer en haut. Par exemple s'il faut allumer les lampes* 1, 3 *et* 4 *alors la réponse est* 134.

Énigme 5 (Opérations algébriques II)**.**
Dans cet exercice, on travaille avec une mini-calculatrice qui ne prend en compte que seulement 5 chiffres pour la mantisse (1 chiffre avant la virgule, 4 chiffres après).
Par exemple si $x = 12,3456$ alors ce nombre est stocké dans la mini-calculatrice sous la forme $nf(x) = 1,2345e1$. Note que le 6 n'est plus présent.

Soit $a = \frac{1286}{9}$ et $b = \frac{1000}{7}$. On veut calculer la quantité :

$$x = \frac{1}{a-b}$$

Le premier ordinateur fait des calculs exacts en mémoire, mais affiche seulement une valeur tronquée, c'est-à-dire qu'il calcule :

$$x_1 = nf\left(\frac{1}{a-b}\right)$$

Le second ordinateur tronque les résultats à chaque étape des calculs, c'est-à-dire, qu'il calcule :

$$nf(a) \quad \text{et} \quad nf(b) \quad \text{puis} \quad nf\big(nf(a) - nf(b)\big)$$

et enfin

$$x_2 = nf\left(\frac{1}{nf\big(nf(a) - nf(b)\big)}\right)$$

Question. Combien vaut $nf(x_2 - x_1)$ (arrondi à l'entier le plus proche) ?

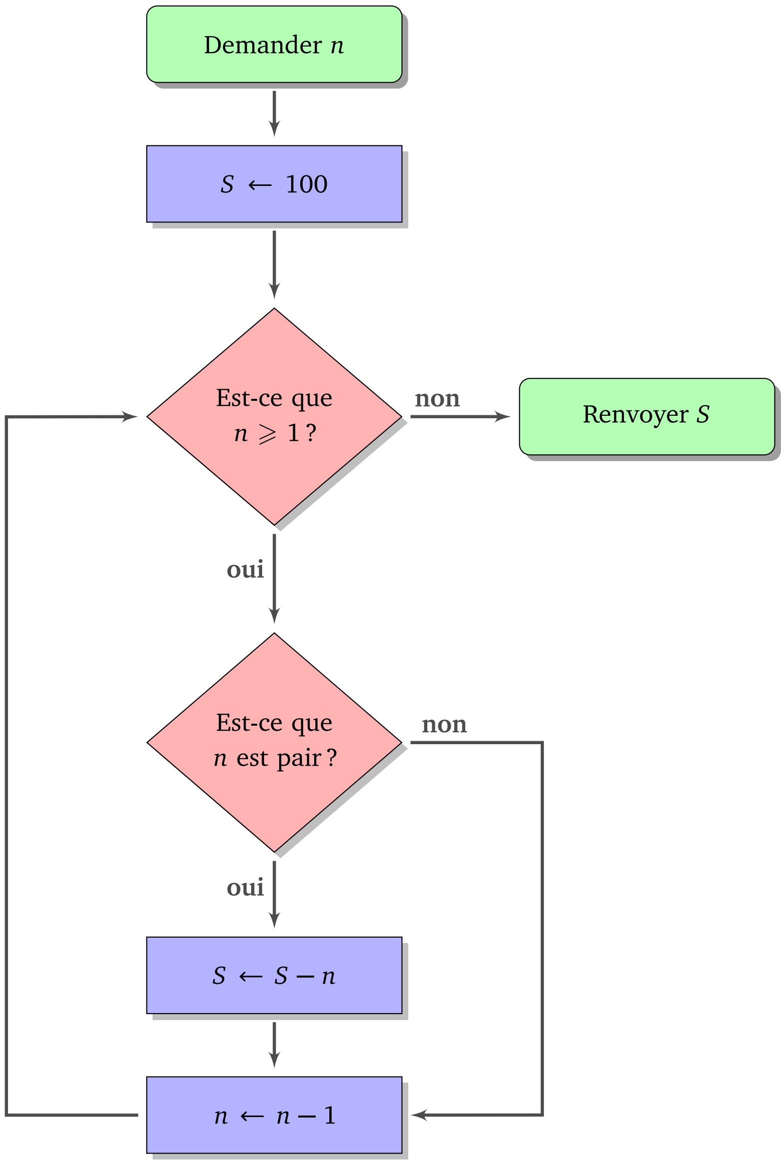
Énigme 6 (Si ... alors ...)**.**
On a les instructions suivantes :

$n \leftarrow ?$
$x \leftarrow n$
répéter n fois :
    si x est pair, alors :
        $x \leftarrow x - 3$
    sinon :
        $x \leftarrow 2 \times x + 2$

Question. Quelle doit être la valeur de n, de sorte qu'à la fin la valeur de x soit 100 ?

Feuilles 7-8-9

Énigme 7 (Boucles I)**.**
Voici un algorithme sous forme de diagramme.



Question. Lorsque la valeur n en entrée est $n = 10$, quelle est la valeur de S en sortie ?

Énigme 8 (Chercher et remplacer)**.**
Soit le groupe de lettres :

[mrc] ? !a[lts]

et la liste de mots :

malin	**radis**	**spirale**	**crise**	**miracle**
classe	**miette**	**casser**	**amour**	**toujours**
rail	**cercle**	**crasse**	**chouette**	**caramel**

Question. Dans cette liste, combien de mots admettent le groupe de lettres proposé ?

Énigme 9 (Puissances de 2)**.**
J'ai une ramette de 500 feuilles de papier qui mesure 5 cm. Je prends une seule feuille.

- *Étape 1.* Je plie ma feuille en deux.
- *Étape 2.* Je replie ma feuille en deux.
- ...

- *Étape 20.* Je replie une dernière fois ma feuille en deux.

Question. Quelle est l'épaisseur totale de ma feuille pliée ? *Répondre en cm, arrondi à l'entier inférieur ou supérieur.*

Feuilles 10-11-12

Énigme 10 (Binaire)**.**
On travaille avec des nombres en écriture binaire à 7 chiffres (par exemple : 0.0.1.0.1.1.0).
On introduit deux opérations sur les nombres binaires à 7 chiffres.

- La ***négation*** qui change chaque 0 en 1 et chaque 1 en 0. Par exemple :

$$\text{NON}(0.0.1.0.1.1.0) = 1.1.0.1.0.0.1$$

- La ***multiplication chiffre à chiffre***, avec la règle $0 \otimes 0 = 0$; $1 \otimes 0 = 0$; $0 \otimes 1 = 0$ et $1 \otimes 1 = 1$. Pour deux nombres a et b à plusieurs chiffres on applique cette règle entre le premier chiffre de a et le premier chiffre de b, puis entre le second chiffre de a et le second chiffre de b,... Par exemple :

$$\begin{array}{r} 0.1.1.1.1.0.0 \\ \otimes \ 1.0.1.0.1.1.0 \\ \hline 0.0.1.0.1.0.0 \end{array}$$

Pour cette énigme :

- je pars de $a = 108$ et $b = 89$ en écriture décimale,
- j'écris a et b en écriture binaire,
- je calcule $a \otimes b$,
- puis $\text{NON}(a \otimes b)$.

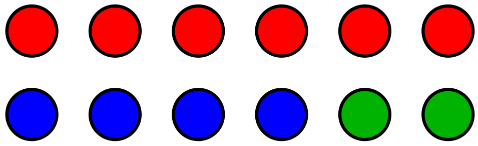
Question. Quel est l'entier obtenu ? Donner la réponse en écriture décimale.

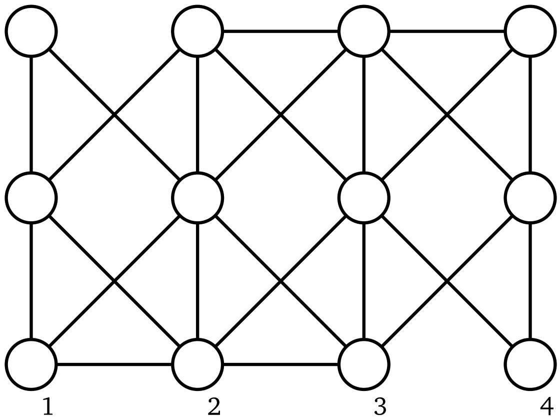
Énigme 11 (Boucles II)**.**
But : Le programme suivant affiche si un entier $n \geqslant 0$ est pair ou impair. Malheureusement les lignes ont été mélangées !

1. Sinon :
2. Tant que $n \geqslant 4$:
3. Si ((n=1) ou (n=3)) :
4. Afficher "Ce nombre est pair."
5. Afficher "Ce nombre est impair."
6. $n \leftarrow n - 4$

Question. Remets les lignes dans l'ordre. *La réponse est la suite des numéros de ligne dans le bon ordre, par exemple 532146.*

Énigme 12 (Graphe).
En utilisant les pastilles (6 rouge, 4 bleu, 2 vert), colorie les sommets du graphe de sorte que deux sommets reliés par une arête ne soient pas de la même couleur.





Question. Quelles sont les couleurs des pastilles du bas ? *Par exemple si les pastilles du bas (numérotées 1,2,3,4) sont vert, rouge, bleu, bleu, alors répondre VRBB.*

Dans ce problème les arêtes peuvent se croiser ! D'après Dorian Mazauric, *Graphes et Algorithmes - Jeux grandeur nature*, 2016.

Feuilles 13-14-15-16

Énigme 13 (Bases de données).
Voici un extrait des tables d'un aéroport.

Table 1 : Destination/Horaire
Destination et jour du départ.

Id.	Destination	Jour
D1	Sydney	Lundi
D2	Vancouver	Jeudi
D3	Chicago	Samedi
D4	Moscou	Lundi
D5	Istanbul	Dimanche
D6	Rio	Mercredi
D7	Le Caire	Samedi
D8	Rome	Mardi
D9	Shanghai	Jeudi

Table 2 : Avion
Avion, modèle, capacité.

Id.	Modèle	Capacité
A1	A330	260
A2	B737	250
A3	B777	270
A4	A320	160
A5	B747	280
A6	A380	410
A7	A319	140

Table 3 : Embarquement
Terminal et porte.

Id.	Terminal	Porte
E1	1	7
E2	2	6
E3	1	1
E4	2	3
E5	1	4
E6	1	2
E7	2	2

Table 4 : Vol

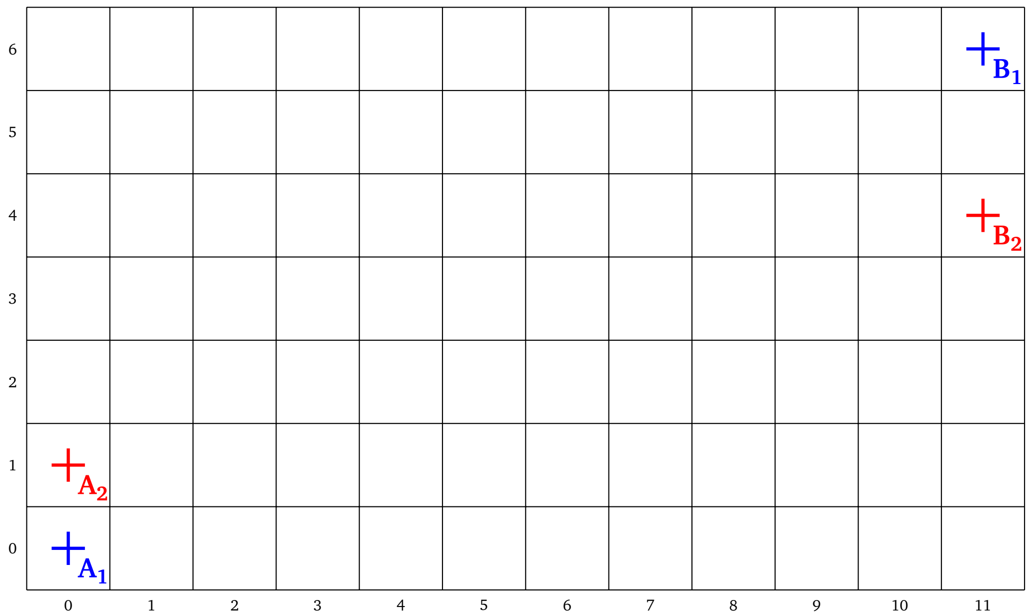
Un vol est défini par un avion, une destination et un lieu d'embarquement

Id. avion	Id. destination	Id. embarquement
A3	D2	E5
A7	D6	E3
A6	D7	E3
A1	D5	E1
A3	D8	E6
A4	D1	E6
A2	D6	E4
A6	D8	E2
A6	D2	E1

Question. Sachant que tous les avions sont remplis, combien de personnes au total décolleront du lundi au vendredi, depuis le terminal 1 ?

Énigme 14 (Pixels).

- On colorie en bleu les pixels du segment $[A_1B_1]$ suivant l'algorithme de Bresenham.
- On colorie en rouge les pixels du segment $[A_2B_2]$ suivant l'algorithme de Bresenham.



Question. Combien de pixels sont colorés à la fois en bleu et en rouge ?

Énigme 15 (Diviser pour régner).

Panoramix a concocté une potion magique qu'il a caché parmi d'autres bouteilles. Les bouteilles sont numérotées de 0 à 255. Asterix a besoin de retrouver la bouteille, mais n'a pas le temps de les tester une à une car la potion met 24h à agir. Il décide d'appliquer une méthode « diviser pour régner » :

- le gaulois **0** : goûte les bouteilles numéro 0, 2, 4,... (il goûte une bouteille, et pas la suivante...) ;
- le gaulois **1** : goûte les bouteilles numéro 0 et 1, puis 4 et 5, puis 8 et 9 ... (il goûte deux bouteilles et pas les deux suivantes...) ;

- le gaulois **2** : goûte les bouteilles numéro 0 à 3, puis 8 à 11 ... (il goûte quatre bouteilles et pas les quatre suivantes...) ;
- ...
- le gaulois **7** : goûte les bouteilles de 0 à 127 et pas les suivantes.

Après avoir goûté leurs bouteilles, seuls les gaulois **1**, **2**, **4**, **6** ont des pouvoirs magiques.

Question. Quel numéro porte la bouteille de potion magique ?

Énigme 16 (Couleurs)**.**
Pour transformer une image couleur en une image « noir et blanc », on transforme chaque pixel coloré, en un pixel en niveau de gris.

Une des formules possible est :

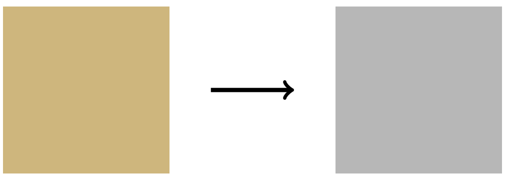
$$G = 0,21 \times R \ + \ 0,72 \times V \ + \ 0,07 \times B$$

- R, V, B sont les niveaux de rouge, vert et bleu du pixel coloré,
- G est le niveau de gris du pixel « noir et blanc ».

Note que, comme l'œil humain est plus sensible au vert, la couleur verte a un poids plus important.

J'ai une couleur, dont le code RVB en hexadécimal est donné par :

$$R = CE_{\text{hex}} \qquad V = B6_{\text{hex}} \qquad B = 7D_{\text{hex}}$$



Question. Quel est le niveau de gris G du pixel « noir et blanc » ? Arrondir à l'entier le plus proche et donner la réponse en hexadécimal. *(Par exemple* 2*A ou D*8*...)*

Feuilles 17-18-19

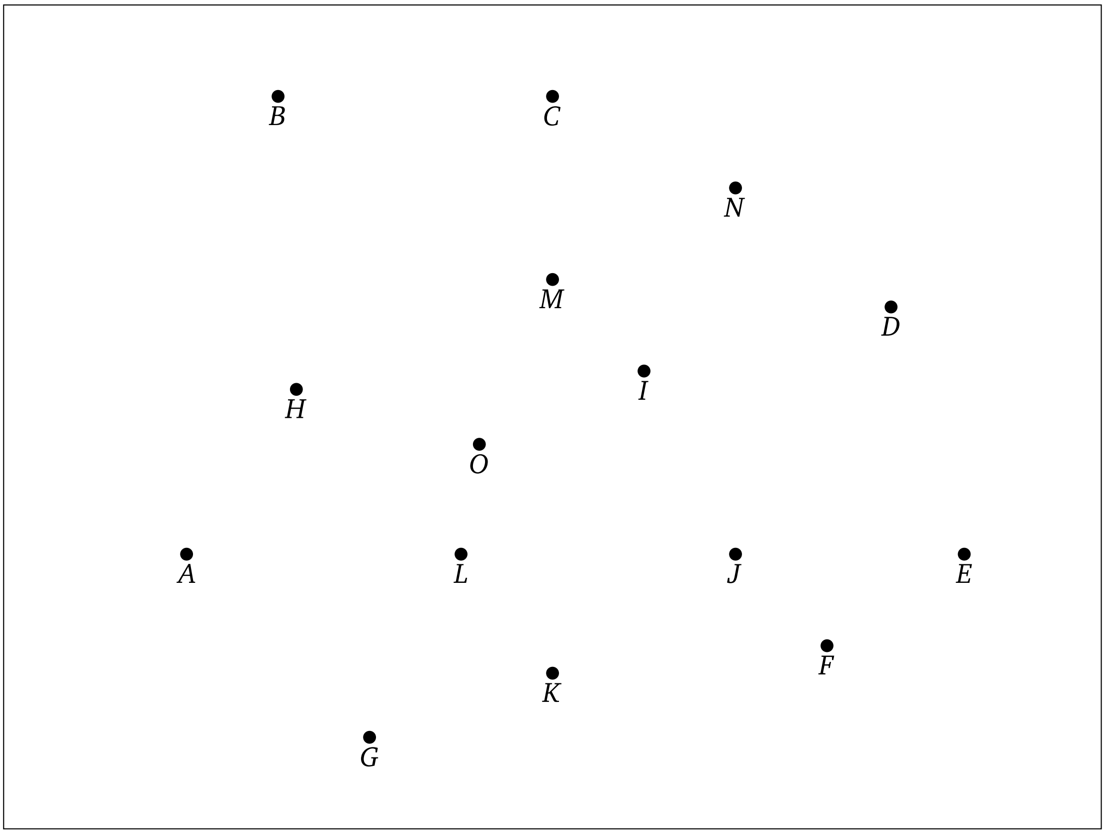
Énigme 17 (Cryptographie)**.**
Le message suivant a été codé par le chiffre de Vigenère :

E GHMYJVP ZEYZ TPYMW VR EYMZTTSL WLUW RSSTYI

La clé est composée de 3 nombres : $(4, ?, 7)$. Malheureusement j'ai oublié le nombre du milieu !

Question. Quel est l'entier à mettre au milieu afin de reconstituer la clé qui a codé ce message ?

Énigme 18 (Triangulation)**.**
Trace la triangulation de Delaunay de cette configuration de points.



Question. Combien d'arêtes partent des points A, J et M ? (Additionner le total des trois.)

Énigme 19 (Distance entre deux mots)**.**

		R	E	C	T	A	N	G	L	E
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	1									
R	2									
O	3									
C	4									
O	5									
D	6									
I	7									
L	8									
E	9									

Question. Quelle est la distance de Levensthein entre les mots **CROCODILE** et **RECTANGLE** ?