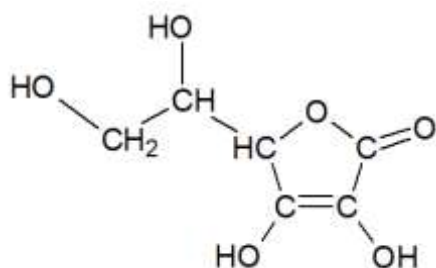


## EXERCICE I : ÉTUDE DE LA VITAMINE CONTENUE DANS LES KIWIS (9 pts)

## 1. Quelques propriétés de l'acide ascorbique

Q1.



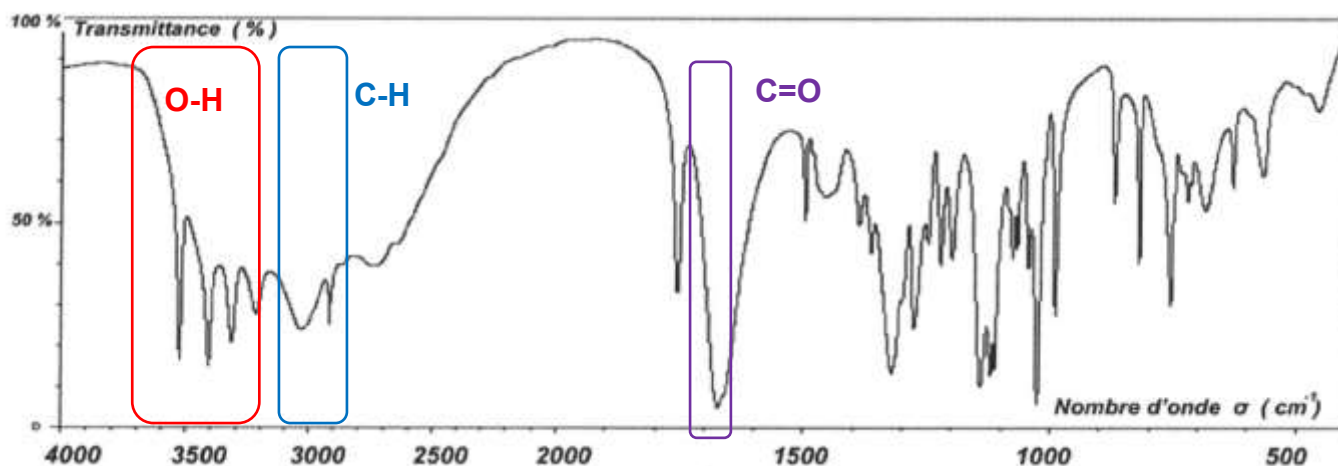
A : famille des alcools (groupe hydroxyle)

B : famille des esters (groupe ester)

Q2. Le spectre IR de la figure 1. est compatible avec la structure de la vitamine C car il comporte :

- une bande d'absorption forte et large entre 3200 et 3700  $\text{cm}^{-1}$  pour les liaisons O-H ;
- une bande d'absorption forte et fine entre 1650 et 1730  $\text{cm}^{-1}$  pour la liaison C=O ;
- une bande d'absorption forte entre 2850 et 3100  $\text{cm}^{-1}$  pour les liaisons C-H.

La bande d'absorption faible et fine entre 1620 et 1680  $\text{cm}^{-1}$  pour la liaison C=C n'est pas visible, elle peut être masquée par la bande de la liaison C=O.



Q3.  $n_0 = \frac{m_0}{M(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6)}$  soit  $n_0 = \frac{1,0}{176} = 5,7 \times 10^{-3} \text{ mol}$

1/176

5.681818182E-3

Q4. Un acide est qualifié de faible si sa réaction avec l'eau n'est pas totale.

Q5. Pour une solution d'acide fort de concentration C en quantité de matière de soluté apporté,  $\text{pH} = -\log(C)$ .

Déterminons C :  $C = \frac{n_0}{V}$  donc  $C = \frac{5,7 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}} = 0,11 \text{ mol.L}^{-1}$

Rep/50E-3

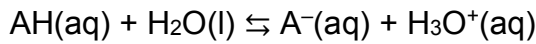
1.136363636E-1

Donc  $-\log(C) = -\log(0,11) = 0,94$  (valeur de C non arrondie utilisée)

Or  $\text{pH} = 2,6$ , il s'est donc formé moins d'ions oxonium que prévu. L'acide est bien un acide faible.

**Autre méthode :** Pour alléger l'écriture, on prend l'initiative de noter AH l'acide ascorbique  $C_6H_8O_6$  et  $A^-$  sa base conjuguée  $C_6H_7O_6^-$ .

Déterminons le taux d'avancement de la réaction entre l'acide ascorbique AH et l'eau :



$$n_{H_3O^+} = x_f, \text{ donc } [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}.$$

D'autre part  $[H_3O^+] = 10^{-pH}$  donc  $x_f = 10^{-pH} \cdot V$

Si la transformation est totale alors  $nAH_{initiale} - x_{max} = 0$ , soit  $c \cdot V - x_{max} = 0$  ainsi  $x_{max} = c \cdot V$ .

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-pH} \cdot V}{c \cdot V} = \frac{10^{-pH}}{c}$$

$$10^{-2.6} / 1.136363636E-1 = 2.21046006E-2$$

$$\tau = \frac{10^{-2.6}}{0.11} = 2.2 \times 10^{-2} = 2.2 \% \ll 100\% \text{ l'acide est faible.}$$

**Q6.** L'équation de réaction est :  $AH(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons A^-(aq) + H_3O^+(aq)$

$$\text{Par définition : } K_A = \frac{\frac{[H_3O^+]_f}{c^0} \times \frac{[A^-]_f}{c^0}}{\frac{[AH]_f}{c^0}} = \frac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f \times c^0}$$

$$\text{D'après l'équation, on a } \frac{n(A^-)_f}{1} = \frac{n(H_3O^+)_f}{1}$$

En divisant par le volume  $V_{solution}$  :  $[A^-]_f = [H_3O^+]_f = c^0 \times 10^{-pH}$  (par définition du pH)

Par définition,  $[AH]_f = \frac{n(AH)_f}{V}$  ; or  $n(AH)_f = n(AH)_i - n(AH)_{consommée} = C \times V - n(AH)_{consommée}$

$$\text{De même, d'après l'équation de réaction : } \frac{n(AH)_{consommée}}{1} = \frac{n(H_3O^+)_f}{1}$$

$$\text{Ainsi, } [AH]_f = \frac{C \times V - n(AH)_{consommée}}{V} = \frac{C \times V - n(H_3O^+)_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$$

$$\text{Vu que } [H_3O^+]_f = c^0 \times 10^{-pH}, K_A = \frac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f \times c^0} = \frac{(c^0 \times 10^{-pH})^2}{(C - c^0 \times 10^{-pH}) \times c^0}$$

$$\text{Par définition, } pK_A = -\log(K_A) = -\log\left(\frac{(c^0 \times 10^{-pH})^2}{(C - c^0 \times 10^{-pH}) \times c^0}\right)$$

$$\text{Ainsi } pK_A = -\log\left(\frac{(1.0 \times 10^{-2.6})^2}{(0.11 - 1.0 \times 10^{-2.6}) \times 1.0}\right) = 4.2$$

**Rq :** il était possible de passer par un tableau d'avancement ([voir sujet « solution désinfectante » Amérique du Sud 2022](#)).

## 2. Acide ascorbique dans un kiwi jaune

**Q7.** Le pH du jus (3,5) étant inférieur au pKa du couple  $C_6H_8O_6/C_6H_7O_6^-$ , c'est la forme acide  $C_6H_8O_6$  qui prédomine.

**Q8.** À l'équivalence d'un titrage, le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation de titrage.

$$\text{Donc ici : } \frac{n(I_2)_{\text{titré}}}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})_{\text{versé}}}{2} \text{ soit encore } n(I_2)_{\text{titré}} = \frac{C_2 \times V_2}{2}$$

$$n(I_2)_{\text{titré}} = \frac{5,00 \times 10^{-2} \times 16,5 \times 10^{-3}}{2} = 4,13 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

**Q9.** Il faut d'abord déterminer la quantité d'acide ascorbique dans un kiwi jaune.

Dans la 1<sup>ère</sup> réaction, il y avait  $n(I_2)_i = C_1 \times V_1$  soit  $n(I_2)_i = 2,9 \times 10^{-2} \times 20,0 \times 10^{-3} = 5,8 \times 10^{-4} \text{ mol}$

Vu que  $n(I_2)_{\text{titré}} = 4,13 \times 10^{-4} \text{ mol}$ , cela signifie que  $n(I_2)_{\text{consommé}} = n(I_2)_i - n(I_2)_{\text{titré}}$

$$\text{Donc } n(I_2)_{\text{consommé}} = 5,8 \times 10^{-4} - 4,13 \times 10^{-4} = 1,7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{D'après l'équation de la réaction de l'étape 1 : } \frac{n(C_6H_8O_6)_i}{1} = \frac{n(I_2)_{\text{consommé}}}{1}$$

$$\text{Ainsi } n(C_6H_8O_6)_i = 1,7 \times 10^{-4} \text{ mol.}$$

Cependant, on a fait réagir 50,0 mL de la solution S de volume total 250 mL : il y a donc 5 fois plus ( $250 / 50,0$ ) d'acide ascorbique dans un kiwi jaune :

$$n(C_6H_8O_6)_{\text{Kiwi}} = 5 \times 1,7 \times 10^{-4} = 8,5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{Donc } m(C_6H_8O_6)_{\text{Kiwi}} = n(C_6H_8O_6)_{\text{Kiwi}} \times M(C_6H_8O_6) \text{ soit } m(C_6H_8O_6)_{\text{Kiwi}} = 8,5 \times 10^{-4} \times 176 = 0,15 \text{ g}$$

D'après l'énoncé, la DJA en acide ascorbique pour un adulte est de 110 mg soit 0,110 g ; ainsi, un seul kiwi jaune suffit pour l'atteindre.

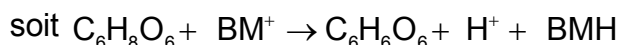
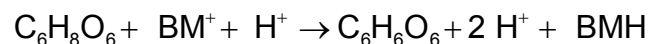
**Q10.** Avec un kiwi vert de même masse,  $V'_2 > V_2$ , cela signifie qu'il reste plus de diiode  $I_2$  qui n'a pas réagi : il y a donc moins d'acide ascorbique que dans un kiwi jaune de même masse.

## 3. Oxydation de l'acide ascorbique

**Q11.** Il y a réaction entre l'oxydant  $BM^+$  et le réducteur  $C_6H_8O_6$  :

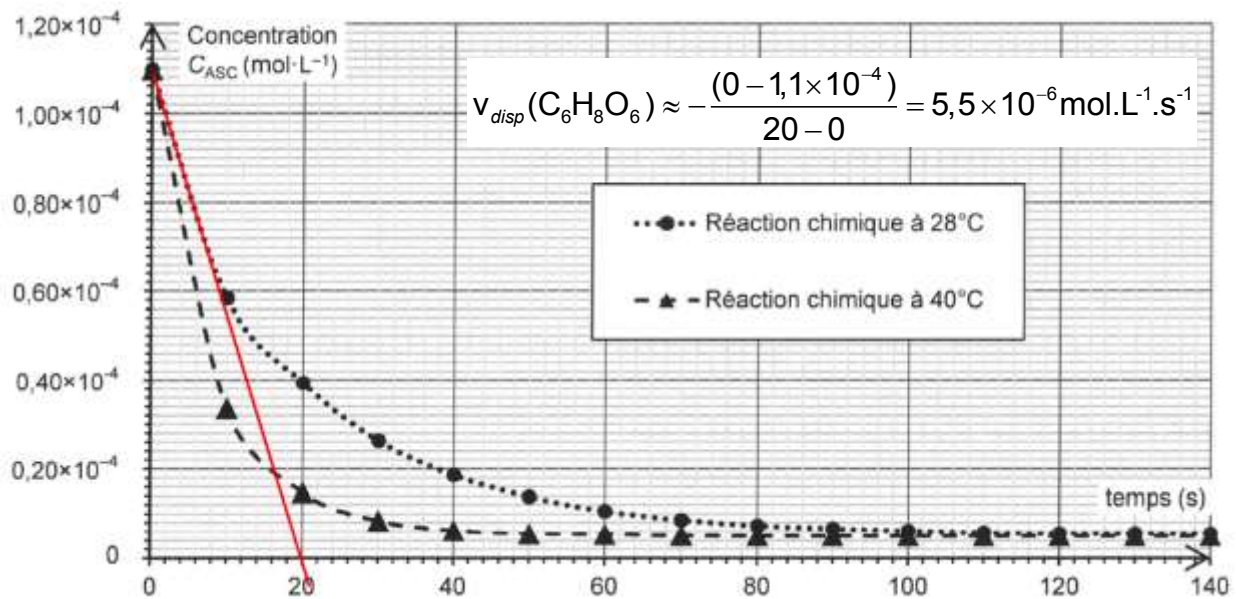


En combinant les demi-équations électroniques :



**Q12.** Par définition :  $v_{disp}(C_6H_8O_6) = -\frac{d[C_6H_8O_6]}{dt} = -\frac{dC_{ASC}}{dt}$  avec la notation de l'énoncé.

On peut écrire  $v_{disp}(C_6H_8O_6) \approx -\frac{\Delta C_{ASC}}{\Delta t}$  : la valeur de la vitesse volumique est égale à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe.



**Q13.** On identifie :

- le facteur cinétique **température** : la durée de la réaction est plus courte pour une température plus élevée ;
- le facteur cinétique **concentration des réactifs** : au fur et à mesure que les réactifs sont consommés, leur concentration diminue et donc la vitesse volumique de disparition diminue (en effet, la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente diminue au cours du temps).

- Q1.** Système {Crapaud} de masse  $m$  et de centre de masse G  
Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'axes Ox et Oz.

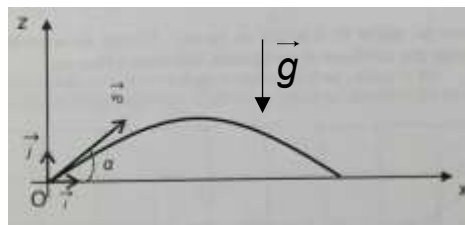
Forces : poids  $\vec{P} = m\vec{g}$  ;

Actions de l'air négligées.

Deuxième loi de Newton :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G$  soit  $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$  d'où  $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$  donc  $\boxed{\vec{a}_G = \vec{g}}$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur

$\vec{g}$  il vient : 
$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}$$



**Q2.**  $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$  donc  $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = 0$  et  $a_z = \frac{dv_z(t)}{dt} = -g$

Ainsi en primitivant on obtient : 
$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales : 
$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

Comme  $\vec{v}_G(t=0) = \vec{v}_0$  il vient : 
$$\begin{cases} Cte_1 = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 + Cte_2 = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

Et finalement : 
$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

**Q3.**  $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$  donc  $v_x = \frac{dx(t)}{dt} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$  et  $v_z = \frac{dz(t)}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$

Ainsi en primitivant on obtient : 
$$\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + Cte_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + Cte_4 \end{cases}$$

Comme  $\vec{OG}(t=0) = \vec{0}$  il vient : 
$$\begin{cases} 0 + Cte_3 = 0 \\ 0 + 0 + Cte_4 = 0 \end{cases}$$

Et finalement : 
$$\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$$

**Q4.** Lorsque le crapaud finit son saut  $z(t_{\text{saut}}) = 0$  soit :  $-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{saut}}^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_{\text{saut}} = 0$ .

Soit  $\left(-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{saut}} + v_0 \cdot \sin(\alpha)\right) t_{\text{saut}} = 0$ . En éliminant la solution  $t_{\text{saut}} = 0$  s il vient :

$-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{saut}} + v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0$  soit  $\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{saut}} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$  et finalement : 
$$t_{\text{saut}} = \frac{2v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

**Q5.** On reporte l'expression de  $t_{\text{saut}}$  dans  $x(t)$  :  $x(t_{\text{saut}}) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t_{\text{saut}} = d$ .

$$v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = d \quad \text{soit} \quad 2v_0^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = g \cdot d \quad \text{donc} \quad v_0^2 = \frac{g \cdot d}{2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}$$

Et finalement, en ne gardant que la solution positive :

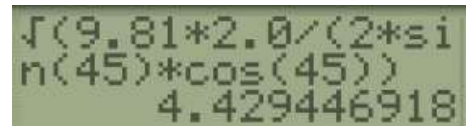
$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d}{2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}}$$

**Q6.** Taille moyenne d'un crapaud : 10 cm.

Les crapauds peuvent faire des sauts jusqu'à 20 fois leur taille, ainsi :

$$d = 20 \times 10 \text{ cm} = 2,0 \times 10^2 \text{ cm} = 2,0 \text{ m}.$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,81 \times 2,0}{2 \times \sin(45) \times \cos(45)}} = 4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$



**Q7.** Le crapaud réalise un saut vertical avec  $\alpha = 90^\circ$  donc  $\sin(90) = 1,0$ .

Pour  $t = t_{\text{max}}$  le crapaud atteint l'altitude maximale  $z_{\text{max}}$  pour laquelle  $v_z(t_{\text{max}}) = 0$ .

$$\text{Soit } v_z(t_{\text{max}}) = -g \cdot t_{\text{max}} + v_0 \cdot \sin(90) = 0 \quad \text{soit} \quad -g \cdot t_{\text{max}} + v_0 = 0 \quad \text{et} \quad t_{\text{max}} = \frac{v_0}{g}.$$

L'expression  $z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$  permet alors de calculer  $z_{\text{max}}$  :

$$z_{\text{max}} = z(t_{\text{max}}) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{max}}^2 + v_0 \cdot \sin(90) \cdot t_{\text{max}}$$

$$\text{soit } z_{\text{max}} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{max}}^2 + v_0 \cdot t_{\text{max}}$$

$$\text{d'où : } z_{\text{max}} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \frac{v_0}{g}$$

$$\text{Et : } z_{\text{max}} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{v_0^2}{g}$$

$$z_{\text{max}} = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{g} \quad \text{finalement : } z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Autre méthode : la seule force qui intervient est le poids, il s'agit d'une force conservative. L'énergie mécanique du crapaud est conservée entre le point O et le sommet S de la trajectoire.

$$\begin{aligned} E_M(O) &= E_M(S) \\ E_C(O) + E_{PP}(O) &= E_C(S) + E_{PP}(S) \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 &= \frac{1}{2}mv_S^2 + mgz_{\text{max}} \end{aligned}$$

Or  $z_0 = 0 \text{ m}$  et au sommet S de la trajectoire  $v_S = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgz_{\text{max}}$$

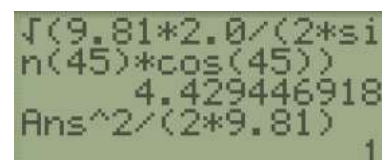
$$\text{D'où : } v_0^2 = 2gz_{\text{max}} \quad \text{et finalement : } z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

**Q8.** On a :  $H_{\text{champion}} = \frac{v_0^2}{2g}$  donc  $H_{\text{champion}} = \frac{4,429...^2}{2 \times 9,81} = 1,0 \text{ m}.$

**Q9.** Les barrières mesurent 50 à 60 cm de haut : elles ont donc une hauteur nettement inférieure à 1,0 m.

Lorsque le saut du crapaud n'est pas vertical mais oblique, l'altitude maximale atteinte par le crapaud est inférieure à 1,0 m.

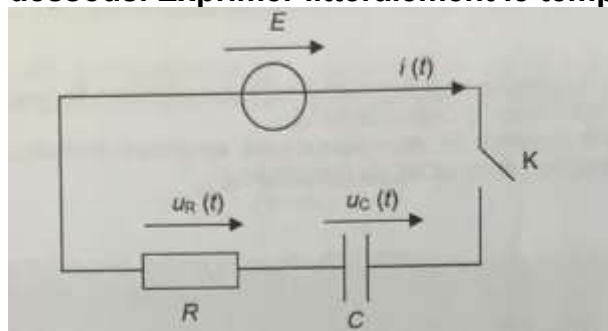
Par ailleurs, seuls les crapauds les plus puissants peuvent atteindre 1,0 m de haut ce qui n'est pas le cas de tous les crapauds.



**Q1. Prévoir qualitativement le sens de variation de la capacité  $C$  du détecteur capacitif d'humidité quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente.**

D'après la figure 2, quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente alors sa permittivité  $\varepsilon$  augmente. Or  $C = \frac{\varepsilon \cdot S}{d}$ , alors  $C$  augmente.

**Q2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle ci-dessous. Exprimer littéralement le temps caractéristique  $\tau$  du circuit en fonction de  $R$  et  $C$ .**



À la date  $t = 0$  s, appliquons la loi des mailles dans le circuit ci-dessus :

$$E = u_C + u_R \quad (1)$$

Or d'après la loi d'Ohm  $u_R = R \cdot i$

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_C \quad i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \text{ Car } C \text{ est une constante}$$

$$\text{En remplaçant dans (1) il vient : } E = u_C + R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Et en posant } \tau = R \cdot C \text{ alors } E = u_C + \tau \cdot \frac{du_C}{dt}$$

**Q3. Vérifier que la fonction  $u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  est solution de cette équation différentielle et qu'elle satisfait à la condition imposée à la date  $t = 0$  s.**

$$\begin{aligned} \text{Calculons } u_C + \tau \cdot \frac{du_C}{dt} &= E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau \cdot \frac{d(E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}))}{dt} \\ &= E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau \cdot \left( \frac{dE}{dt} - E \times \frac{d(e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} \right) \\ &= E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau \cdot (0 - E \times (-\frac{1}{\tau}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ &= E - E \times e^{-\frac{t}{\tau}} + E \times e^{-\frac{t}{\tau}} = E \end{aligned}$$

On a bien retrouvé l'égalité de l'équation différentielle, donc  $u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  est bien solution de l'équation différentielle.

Par ailleurs, pour  $t = 0$  s, la solution donne  $u_C(t=0) = E \times (1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = E \times (1 - 1) = 0$ . Conforme à la situation puisque le condensateur est initialement déchargé.

**Q4. Montrer que la valeur de  $u_C$  à la date  $\tau$  est approximativement  $u_C(t) = 0,63 \times E$ .**

$$u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E \times (1 - e^{-1}) = 0,63 \times E.$$

**Q5. Montrer que le temps caractéristique  $\tau$  du circuit RC doit être au minimum de l'ordre de 200  $\mu\text{s}$ .**

Le microcontrôleur effectue 52000 mesures par seconde, soit 1 mesure tous les  $\frac{1}{52000} = 1,92 \times 10^{-5} \text{ s} = 19,2 \times 10^{-6} \text{ s} = 19,2 \mu\text{s}$ . Or il faut 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur pour déterminer  $\tau$ , soit une durée minimale  $10 \times 19,2 = 192 \mu\text{s}$ .  
La constante  $\tau$  doit être au minimum de 200  $\mu\text{s}$ .

**Q6. À l'aide de la contrainte sur le temps caractéristique  $\tau$  du circuit RC, déterminer la teneur minimale en eau.**

$$\tau > 200 \mu\text{s}$$

$$R.C > 200 \times 10^{-6}$$

$$R \cdot \frac{\varepsilon.S}{d} > 200 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon > \frac{d \cdot 200 \times 10^{-6}}{R.S}$$

$$\varepsilon > \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-6}}{2,2 \times 10^5 \times 1,0 \times 10^{-1}} \quad \varepsilon > 9,1 \times 10^{-11} \text{ F.m}^{-1} = 0,91 \times 10^{-10} \text{ F.m}^{-1}$$

En utilisant la figure 2 on obtient une teneur en eau minimale de 15%.

**Q7. Indiquer l'objectif final de cet extrait de programme.**

Cet extrait de programme doit permettre de déterminer la valeur de la constante de temps  $\tau$ .

**Q8. Recopier la ligne 5 du programme sur la copie et compléter la condition sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur.**

While tension < 0,63\*E

Tant que la tension est inférieure à 0,63.E, on recommence la mesure de  $u_C$

**Q9. Déterminer si la teneur en eau mesurée dans ce sol argileux est suffisante pour y assurer une croissance normale d'une plante.**

$$\varepsilon = \frac{d \cdot \tau}{R.S}$$

$$\varepsilon = \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 0,28676887987 \times 10^{-3}}{2,2 \times 10^5 \times 1,0 \times 10^{-1}}$$

$$\varepsilon = 1,3 \times 10^{-10} \text{ F.m}^{-1}$$

Par lecture graphique sur la figure 2 on obtient une teneur d'eau de 20%, ce qui est inférieur à 24%.

Un tel sol argileux ne convient pas à une croissance normale d'une plante. Il faudra déclencher l'arrosage automatique.