

EXERCICE 1- Contrôle de la qualité d'un biberon (9 points)**Partie A – Dosage spectrophotométrique des ions nitrate dans une eau**

1. En présence d'un excès d'acide 2,4-phénoldisulfonique la solution prend une teinte jaune plus ou moins prononcée selon la concentration en ions nitrate.

La solution est perçue de couleur jaune, c'est qu'elle absorbe des radiations de couleur complémentaire donc de couleur bleue de longueur d'onde comprise entre 424 et 491 nm.

Parmi les longueurs d'onde proposées, on choisit $\lambda = 440$ nm ainsi l'absorbance sera plus forte et l'incertitude relative sur la mesure sera plus petite.

2. On cherche l'abscisse du point d'ordonnée $A = 0,48$.

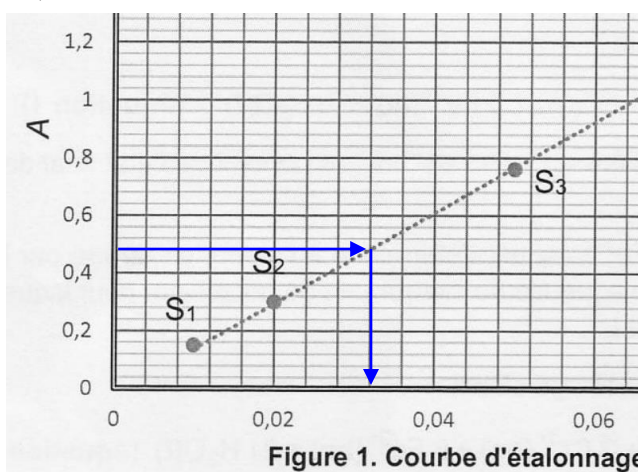
On lit $t_1 = 0,032$ g.L⁻¹.

$$3. \frac{u(t_1)}{t_1} = \frac{15}{100}$$

$$u(t_1) = t_1 \times \frac{15}{100}$$

$$u(t_1) = 0,032 \times \frac{15}{100} = 4,8 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} \text{ g.L}^{-1}$$

$$\text{Ainsi } t_1 = 0,032 \pm 0,005 \text{ g.L}^{-1} = 32 \pm 5 \text{ mg.L}^{-1}$$

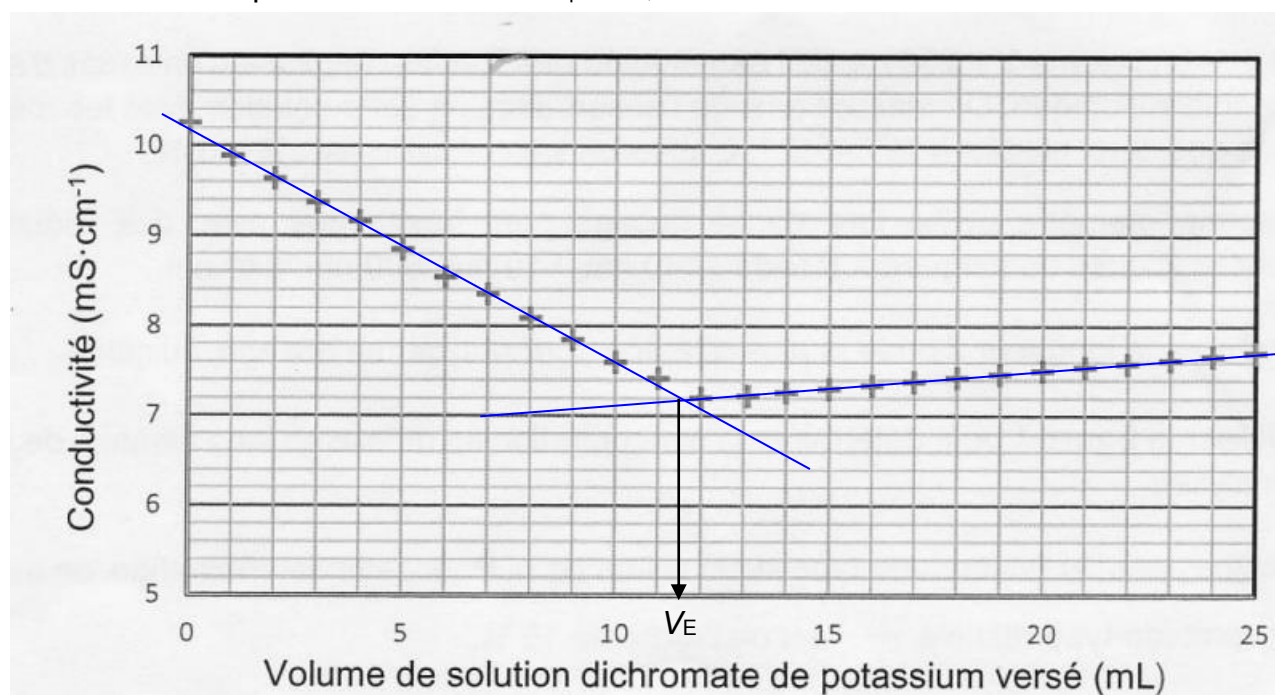
**Partie B – Dosage par titrage conductimétrique des ions nitrate dans l'eau étudiée**

4. Le réactif titrant est dans la burette, c'est l'ion $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$.

Le réactif titré est l'ion Fe^{2+} .

5. La figure 2 permet de déterminer le volume à l'équivalence du titrage des ions Fe^{2+} par les ions $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$.

On trace deux droites moyennes passant au plus près des points expérimentaux, on trouve l'abscisse de leur point d'intersection $V_{\text{eq}} = 11,5$ mL.



À l'équivalence du titrage, réalisé dans l'étape 2, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation (2) : $n_{Cr_2O_7^{2-}} = \frac{n(Fe^{2+})_{excès}}{6}$.

$$n(Fe^{2+})_{excès} = 6n_{Cr_2O_7^{2-}} = 6.C.V_E$$

$$n(Fe^{2+})_{excès} = 6 \times 5,0 \times 10^{-2} \times 11,6 \times 10^{-3} = 3,48 \times 10^{-3} \text{ mol} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ mol} = 3,5 \text{ mmol}.$$

Cette valeur est très proche des 3,6 mmol indiquées. La différence s'explique par la difficulté de lire le volume équivalent. Avec $V_E = 12,0 \text{ mL}$ alors on a $n(Fe^{2+})_{excès} = 3,6 \text{ mmol}$.

6. Lors de l'étape 1, une partie des ions Fe^{2+} réagit et consomme tous les ions nitrate. Il reste des ions Fe^{2+} en excès qui sont titrés lors de l'étape 2 en réagissant avec $Cr_2O_7^{2-}$.

$$n(Fe^{2+})_{totale} = n(Fe^{2+})_{excès} + n(Fe^{2+})_{conso \text{ par } NO_3^-}$$

$$\text{donc } n(Fe^{2+})_{conso \text{ par } NO_3^-} = n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}$$

$$\text{D'après l'équation de la réaction (1), } n(NO_3^-) = \frac{n(Fe^{2+})_{conso \text{ par } NO_3^-}}{3}$$

$$3n(NO_3^-) = n(Fe^{2+})_{conso \text{ par } NO_3^-}$$

$$3n(NO_3^-) = n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}$$

$$n(NO_3^-) = \frac{1}{3} [n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}]$$

$$7. n(NO_3^-) = \frac{1}{3} \times [4,0 - 3,6] = 0,133 \text{ mmol} = 0,13 \text{ mmol}$$

$$t_2 = \frac{m_{NO_3^-}}{V} = \frac{n_{NO_3^-} \cdot M_{NO_3^-}}{V}$$

$$t_2 = \frac{0,133 \times 10^{-3} \times 62,0}{0,2500} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ g.L}^{-1} = 33 \text{ mg.L}^{-1}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3} * (4 - 3.6) \\ \hline 1.333333333E-1 \\ 1.333333333E-1 * 1E-3 * \frac{62}{0.25} \\ \hline 3.306666666E-2 \end{array}$$

$$8. u(t_2) = t_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{u(C)}{C}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2}$$

Avec $C = 5,0 \times 10^{-2} \pm 0,2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$; $V_E = 12,0 \pm 0,5 \text{ mL}$; $V = 250,0 \pm 0,2 \text{ mL}$

$$u(t_2) = 33 \times \sqrt{\left(\frac{0,2 \times 10^{-2}}{5,0 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{12,0}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{250,0}\right)^2} = 2 \text{ mg.L}^{-1} \text{ en arrondissant à un seul chiffre}$$

significatif.

$$\text{Ainsi } t_2 = 33 \pm 2 \text{ mg.L}^{-1}$$

$$\begin{array}{r} 33 * \sqrt{\left(\frac{0.2}{5}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{12}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{250}\right)^2} \\ \hline 1.906232399E0 \end{array}$$

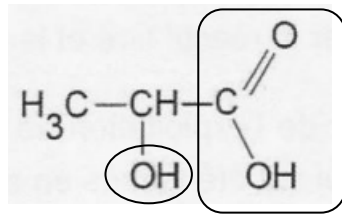
9. L'introduction indique que d'après l'OMS, la concentration maximale en ions nitrate est de 50 mg.L^{-1} .

On a obtenu $t_1 = 32 \pm 5 \text{ mg.L}^{-1}$ et $t_2 = 33 \pm 2 \text{ mg.L}^{-1}$. Ces deux concentrations en masse sont inférieures à 50 mg.L^{-1} , l'eau prélevée est potable.

Partie C – Combien de temps peut-on conserver un biberon préparé avec du lait en poudre ?

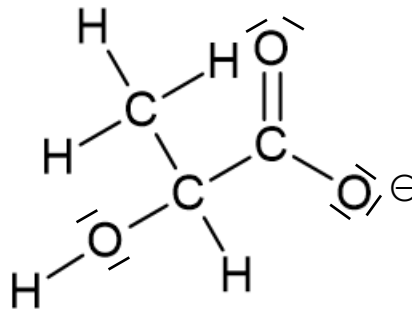
10.

Groupe hydroxyle

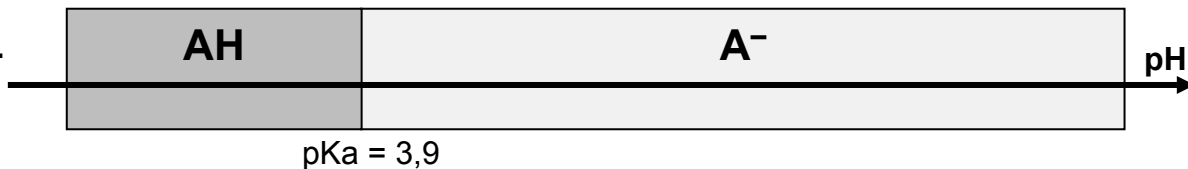


Groupe carboxyle

11. Schéma de Lewis de l'ion lactate



12.



Le pH du lait vaut 6,2, il est supérieur au pK_a donc la base conjuguée A^- prédomine sur l'acide AH.

$$13. K_A = \frac{\frac{[A^-]_{\text{éq}}}{c^0} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{c^0}}{\frac{[AH]_{\text{éq}}}{c^0}} = \frac{[A^-]_{\text{éq}}}{c^0} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{c^0} \times \frac{c^0}{[AH]_{\text{éq}}} = \frac{[A^-]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{c^0 \cdot [AH]_{\text{éq}}}$$

$$14. K_A = 10^{-pK_A} \text{ et } [H_3O^+] = c_0 \cdot 10^{-pH}$$

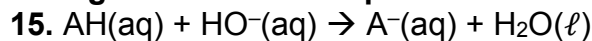
$$10^{-pK_A} = \frac{[A^-]_{\text{éq}} \cdot c_0 \cdot 10^{-pH}}{c^0 \cdot [AH]_{\text{éq}}}$$

$$[A^-]_{\text{éq}} = \frac{10^{-pK_A} \cdot [AH]_{\text{éq}}}{10^{-pH}}$$

$$[A^-]_{\text{éq}} = \frac{10^{-3,9} \times [AH]_{\text{éq}}}{10^{-6,2}} = 10^{-3,9+6,2} \cdot [AH]_{\text{éq}} = 10^{2,3} \cdot [AH]_{\text{éq}} = 199,5 \cdot [AH]_{\text{éq}}$$

On retrouve effectivement que la concentration en ions lactate A^- est environ 200 fois supérieure à celle en acide lactique AH.

Dosage de l'acide lactique



16. À l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques,

$$n_{AH \text{ initiale}} = n_{HO^- \text{ versée}}$$

$$\frac{m_{AH}}{M_{AH}} = c_B \cdot V_{BE}$$

$$m_{AH} = c_B \cdot V_{BE} \cdot M_{AH}$$

$$c_{MAH} = \frac{m_{AH}}{V_L} = \frac{c_B \cdot V_{BE} \cdot M_{AH}}{V_L}$$

L'eau apporté ne contient pas d'acide lactique.

$$c_{MAH} = \frac{2,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \times 12,2 \text{ mL} \times 90,0 \text{ g.mol}^{-1}}{40,0 \text{ mL}} = 0,549 = 0,55 \text{ g.L}^{-1}$$

17. La valeur du volume de lait V_L a une influence sur la valeur de V_{BE} . En effet, on peut considérer que l'ajout d'eau ne modifie pas la quantité d'acide lactique dans le lait.

Suivi temporel de la concentration en acide lactique dans plusieurs échantillons

18. Les échantillons 2 et 3 sont respectivement à 20°C et 30°C. Leur température est plus élevée que celle de l'échantillon 1.

La température est un facteur cinétique, plus elle est élevée et plus l'acide lactique se forme rapidement.

La courbe (a) montre une croissance plus rapide de la concentration en acide lactique, elle correspond à l'échantillon le plus chaud donc l'échantillon 3.

Et la courbe (b) correspond à l'échantillon 2.

Le lait n'est plus considéré comme frais si son acidité dépasse 18°D.

Or 1°D correspond à 0,10 g d'acide lactique par litre de lait.

Donc si la concentration dépasse $18 \times 0,10 = 1,8 \text{ g.L}^{-1}$ alors le lait n'est plus frais.

Pour l'échantillon 3, la courbe (a) dépasse la valeur de $1,8 \text{ g.L}^{-1}$ au bout d'environ 23 h.

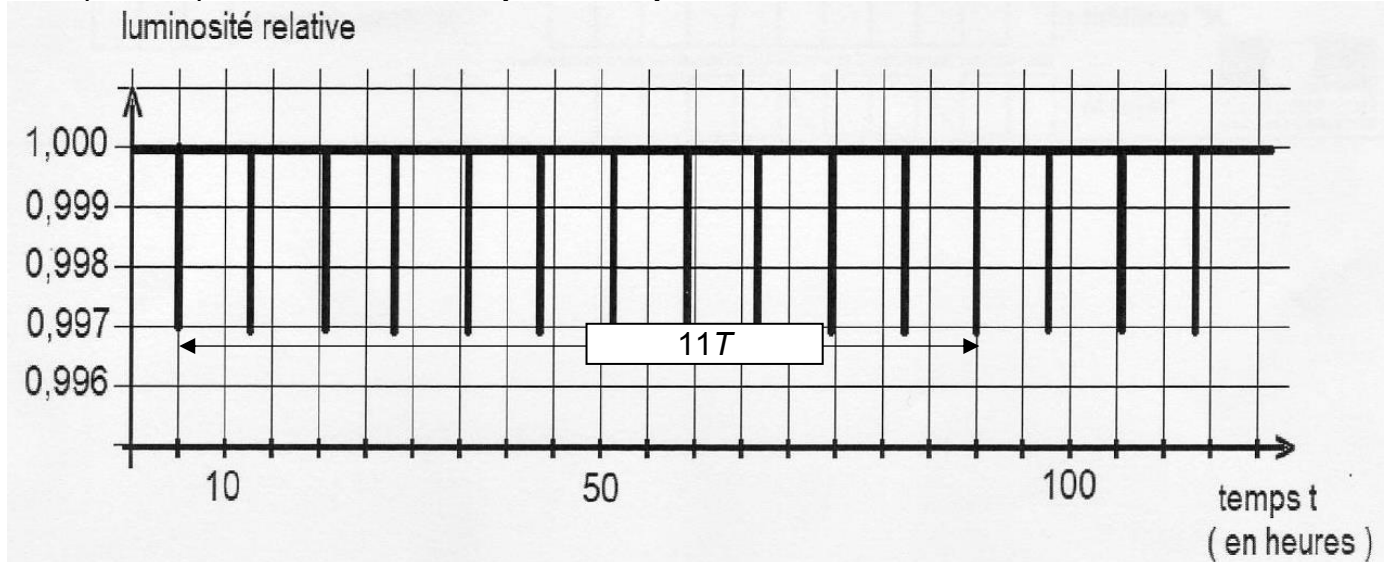
Pour l'échantillon 2, la courbe (b) nous montre qu'il n'est plus frais au bout d'environ 42 h.

Ainsi il faut 23 h à l'échantillon 3 pour ne plus être considéré comme frais, et 42 h pour l'échantillon 2.

Si vous avez repéré une erreur, merci de nous la signaler par email à labolycee@labolycee.org

Partie A – Détection par la méthode du transit

- La variation de luminosité de l'étoile est **périodique** car elle se reproduit identiquement à **intervalle de temps réguliers**.
- Pour plus de précision, on mesure **plusieurs périodes T** :



$$11T \Leftrightarrow (90 - 5) \text{ h donc } T = \frac{85}{11} = \approx 7,7 \text{ h} = 2,78 \times 10^4 \text{ s.}$$

Partie B – Mouvement de l'exoplanète GJ 367b

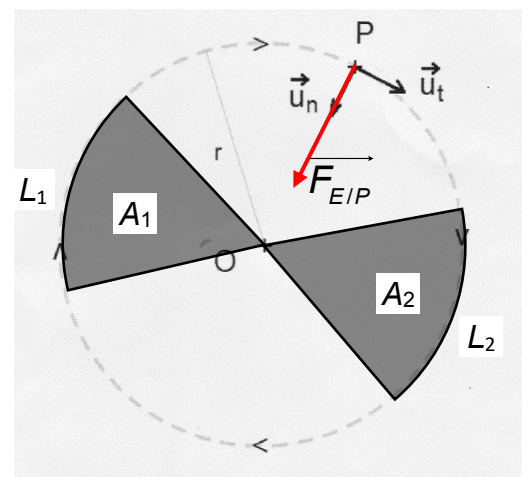
- La force gravitationnelle $\vec{F}_{E/P}$ exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P est orientée de P vers O (voir schéma).
- Force gravitationnelle exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P :

$$P : \vec{F}_{E/P} = \frac{G.m_P.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n.$$

- Deuxième loi de Kepler ou loi des aires : dans le référentiel héliocentrique, la droite Soleil-Planète balaye des aires égales pendant des durées égales.
- On applique la loi des aires pour le système étoile E exoplanète P. Dans le référentiel de l'étoile E, la droite OP balaye des aires égales $A_1 = A_2$ pendant la **même durée Δt** . Les arcs de cercles parcourus L_1 et L_2 sont égaux : $L_1 = L_2$.

En divisant par la même durée Δt il vient : $\frac{L_1}{\Delta t} = \frac{L_2}{\Delta t}$ donc $v_1 = v_2$.

Les vitesses sur les arcs de cercles sont égales : le mouvement de l'exoplanète P est **uniforme**.



7. Système : {exoplanète P} de masse m_P .
Référentiel de l'étoile E supposé galiléen.
Repère de Frenet $(P, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$.

La seule force subie par l'exoplanète est : $\vec{F}_{E/P} = \frac{G.m_P.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext.} = m_P \cdot \vec{a}$ soit ici : $\frac{G.m_P.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n = m_P \cdot \vec{a}$ d'où : $\vec{a} = \frac{GM_E}{r^2} \vec{u}_n$.

Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, le vecteur accélération dans le repère de Frenet s'écrit : $\vec{a} = \frac{v_P^2}{r} \vec{u}_n$.

En égalant les deux expressions du vecteur accélération : $\frac{v_P^2}{r} \vec{u}_n = \frac{GM_E}{r^2} \vec{u}_n$.

Soit $\frac{v_P^2}{r} = \frac{GM_E}{r^2}$ d'où : $v_P^2 = \frac{GM_E}{r}$ et finalement en ne conservant que la solution positive :

$$v_P = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$

8. Pendant une période T , l'exoplanète parcourt la distance $2\pi r$ à la vitesse v_P soit $v_P = \frac{2\pi r}{T}$.

En égalant les deux expressions de la vitesse v_P : $\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$.

En élevant au carré : $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM_E}{r}$ soit $4\pi^2 r^3 = T^2 GM_E$ et finalement : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_E}$.

9. $T = 7,7 \text{ h} = 7,7 \times 3600 \text{ s} = 27\,720 \text{ s}$.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_E} \text{ donc } r^3 = \frac{T^2 GM_E}{4\pi^2} \text{ et } r = \left(\frac{T^2 GM_E}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

$$r = \left(\frac{(27720)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 9,5 \times 10^{29}}{4\pi^2} \right)^{1/3} \approx 1,1 \times 10^9 \text{ m} = 1,1 \times 10^6 \text{ km}$$

soit 1,1 million de kilomètres donc effectivement proche d'1 million de kilomètres.

Partie C –GJ 367b : une exoplanète de fer ?

Déterminons la masse volumique $\rho_P = \frac{M_P}{V_P}$ de l'exoplanète et comparons-la à celle $\rho(\text{Fe})$ du fer.

On a : $V_P = 0,37 \times V_T$ et $M_P = 0,55 \times M_T$.

$$\rho_P = \frac{M_P}{V_P} = \frac{0,55 \times M_T}{0,37 \times V_T} = \frac{0,55 \times M_T}{0,37 \times \frac{4}{3} \pi R_T^3}$$

$$\text{soit } \rho_P = \frac{0,55 \times 5,97 \times 10^{24}}{0,37 \times \frac{4}{3} \pi \times (6,37 \times 10^6)^3} = 8,2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ et } \rho(\text{Fe}) = 7,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

À environ 4 % près, on retrouve la masse volumique du fer d'où la référence au fer dans le titre « Une planète de fer a été découverte ».

Remarque : la masse volumique de la Terre est $\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \pi R_T^3} = 5,5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Partie A – Durée de la mise en température du four

1. $\Delta U = m_f \times c_f \times (\theta_f - \theta_i)$ soit ici $\Delta U = 120 \times 800 \times (1000 - 20) = 120 \times 800 \times (980) = 9,41 \times 10^7 \text{ J}$

$$120 \times 800 \times 980$$

$$9.408 \text{E}7$$

2. D'après le premier principe de la thermodynamique, la variation d'énergie interne d'un système au repos macroscopique est égale à la somme des échanges d'énergie par transfert thermique Q et par travail W : $\Delta U = Q + W$.

Ici, le système {four} n'échange de l'énergie que par transfert thermique: $\Delta U = Q = 9,41 \times 10^7 \text{ J}$

3. Si 33 % de Q_A est perdue lors de la chauffe, $Q = Q_A - 0,33 \times Q_A$

donc $Q = 0,67 \times Q_A \Leftrightarrow Q_A = \frac{Q}{0,67}$ soit $Q_A = \frac{9,41 \times 10^7}{0,67} = 1,4 \times 10^8 \text{ J}$

$$9.408 \text{E}7$$

$$\text{Rep}/0.67$$

$$1.404179104 \text{E}8$$

4. Soit n_g la quantité de matière de propane utilisée, on peut écrire: $Q_A = n_g \times E_n$ où E_n est l'énergie molaire de combustion du propane.

Or $n_g = \frac{m_g}{M}$ donc $Q_A = \frac{m_g}{M} \times E_n$ soit $m_g = \frac{Q_A \times M}{E_n}$

$$m_g = \frac{1,4 \times 10^8 \text{ J} \times 44,1 \text{ g.mol}^{-1}}{2004 \text{ kJ.mol}^{-1}} = \frac{1,4 \times 10^8 \text{ J} \times 44,1 \text{ g.mol}^{-1}}{2004 \times 10^3 \text{ J.mol}^{-1}} = 3,1 \times 10^3 \text{ g}$$

$$1.404179104 \text{E}8 \times \frac{44.1}{2004 \text{E}3}$$

$$3.090034855 \text{E}3$$

5. $D = \frac{m_g}{\Delta t_A} \Leftrightarrow \Delta t_A = \frac{m_g}{D}$ donc $\Delta t_A = \frac{3,1 \times 10^3 \text{ g}}{1250 \text{ g.h}^{-1}} = 2,5 \text{ h}$

$$\text{Rep}/1250$$

$$2.472027884 \text{E}0$$

Partie B – Maintien en température

6. Les trois modes de transfert thermique possibles sont: conduction, convection et rayonnement.

7. $\Phi = \frac{\theta_{\text{four}} - \theta_{\text{ext}}}{R_{th}}$ donc $\Phi = \frac{(1000 - 20)^\circ \text{C}}{0,60 \text{ }^\circ \text{C.W}^{-1}} = 1,6 \times 10^3 \text{ W}$

$$\frac{1000-20}{0.6}$$

$$1.633333333 \text{E}3$$

8. Pour maintenir la température du four constante, l'énergie Q_B apportée par la combustion doit compenser l'énergie perdue à cause du flux thermique: $\Phi = \frac{Q_B}{\Delta t_B} \Leftrightarrow Q_B = \Phi \times \Delta t_B$

$$Q_B = 1,6 \times 10^3 \times (20 \times 60) = 2,0 \times 10^6 \text{ J}$$

ce qui est proche des 2,0 MJ indiqués.

$$\text{Rep} \times 20 \times 60$$

$$1.96 \text{E}6$$

9. En reprenant la démarche de la question 4.: $m_p = \frac{Q_B \times M_p}{E_n}$ (33% de perte lors du chauffage,

mais lors du maintien il n'est pas rien précisé donc on n'en tient pas compte).

$$m_p = \frac{1,96 \times 10^6 \text{ J} \times 44,1 \text{ g.mol}^{-1}}{2004 \times 10^3 \text{ J.mol}^{-1}} = 43 \text{ g}$$

$$\frac{1.96 \text{E}6 \times 44.1}{2004 \text{E}3}$$

$$4.313173653 \text{E}1$$

Partie C – Comparaison des énergies

10. $\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1,4 \times 10^8}{1,96 \times 10^6} = 72$:

$$\frac{1.404179104 \text{E}8}{1.96 \text{E}6}$$

$$7.164179102 \text{E}1$$

On constate que l'énergie Q_A utilisée pour la mise en température du four est très largement supérieure à l'énergie Q_B utilisée pour le maintien de la température.

Ainsi, pour économiser de l'énergie lorsque l'on a plusieurs cuissons à réaliser, il faut les enchaîner sans laisser le temps au four de refroidir.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs par email labolycee@labolycee.org.